

中華文化對今日數學教育之影響

張奠宙

上海華東師範大學

中國今日的數學教育，重視基本知識和基本技能的教學，並堅持在此基礎上謀求學生的全面發展。這是幾千年來中華文明發展的必然結果。本文從自然環境、社會文化、考試制度、學術特徵、教育傳統等五個方面，論述今日數學教育的文化淵源。

關鍵詞：中華文化、數學教育、東西方數學教育

中國大陸有13億人口，是接受數學教育的最大人口群體。作為發展中的國家，教育投入不多，甚至低於國際平均水準。但是在國際數學教育測試中，卻可以有很好的成績，甚至位居正確率的第一名（The International Assessment of Educational Progress, 1992）。在探究其原因時，不由得回想起中華文化對數學教育的影響。本文將從自然環境、社會文化、考試制度、學術特徵、教育傳統等五個方面進行論述。

一、精耕細作的農耕文化：要求勤學苦練基礎技術

中國早就形成了兩大文明圈，即經營粟與小麥農耕的黃河文明和從事水稻農耕的長江文明。「漢文化基本上是農耕文化，特別是水稻栽培」。水稻栽培中，包括興修水利（地理、土壤）、掌握農時（天文、曆法）、先進農具，以及精耕細作等科學文化知識，所以水稻種植的成果如何，也就標誌著農耕文化的發展水準。

中國人以勤勞著稱於世。與提倡勤謹，強調身體力行相比，改進工具和技術，乃至於有關自然的探索始終放在次要的地位（午晴、唐軍，1998；潘光旦，1997）。《孟子·公孫丑上》第一章引齊人之言說：「雖有智慧，不如乘勢；雖有鎡基，不如待時」。智慧和鎡基（農具）指的是科學技術，而乘勢和待時則屬於體力和耐力的付出，意思是說，科學技術不如體力付出。種種教條，都是要求人們少一些空想，多一些實幹。愚公就是一個「重體輕智」的典型，他每天挖山不止，從來就沒有像他的妻子和河曲智叟一樣去考慮移山的可行性。

《齊民要術·序》的核心可以歸結為一個「勤」字。而這裏的勤，指的是勤動手動腳，而不是勤動腦。《齊民要術》中有這樣的諺語：「智如禹湯，不如嘗更」，嘗更，一作常耕。所謂「勤能補拙」，指以體力來彌補腦力的不足。

勤勞的美德移到教育上來，就是強調「苦讀」。所謂「頭懸樑，錐刺股」便是古代讀書人的真實寫照。勤奮的種類很多，中國農耕文化中的勤奮，是精耕細作的勤奮。這種勤奮，講究「不違農時」、「幹活利索」、「小塊經營」、「不怕麻煩」。反映在文化學習上，就是對經典能夠「倒背如流」，一筆一劃一絲不苟，而且精益求精，必須「寫一手漂亮的毛筆字」，這都是在學習上「精耕細作」的表現。這些學習特徵，同樣反映在基礎教育裏，數學教育自然不能例外。「九九乘法表」的背誦，公式的記憶，解題套路的熟悉，乃至數學表達的準確，都可以從「以勤勞為特徵」的農耕文化裏找到影子。

與「農耕文化」相對照的是「遊牧文化」。遊牧生活居無定所，不束縛在一小塊田地上。勞動粗放，無須精細。他們固然一樣要吃苦，要勤勞，但是不必細細鑽研「小視野」內勞作，而要關注大範圍的草場、水源。

總之，講究「勤勞勞作」、「熟練技能」的中國農耕文化，折射到數學學習領域，便是重視記憶基本知識、強調基本技能的「雙基」數學教學傳統。

二、治國平天下的王權文化：崇尚實用的管理 數學

古希臘和古代中國的不同文化產生了不同的數學。每個民族有自己的文化，也就一定有屬於這個文化的數學。古希臘的數學和中國傳統數學都有輝煌的成就、優秀的傳統。但是，他們之間有明顯的差異，其原因可以從社會文化的背景上找到。古希臘是奴隸制國家。但當時希臘的雅典城邦實行奴隸主的民主政治。男性奴隸主選舉執政官，投票決定預算和決算，以及戰爭與和平。這和皇帝君王決策的中國政治文化，是有所區別的。奴隸主之間既然講民主，往往需要用理由說服對方，於是學術上的辯論風氣較濃。為了證明自己堅持的是真理，就需要證明。古希臘的學術，唯理論的學術風氣很盛。數學也不例外。為了證明自己的學問是真理，先設一些人人皆同意的「公理」，規定一些名詞的意義，然後把要陳述的命題，成為公理的邏輯推論，這就是「說服」的需要。

對頂角相等，是古希臘幾何學的先驅泰勒斯（Thales of Miletus, 約西元前625-547）最先證明的命題。中國古代數學有過光輝燦爛的成就，但是卻沒有「對頂角」的概念，也沒有「對頂角相等」的命題。事實上，這顯示了古希臘文明和中國古代文明在文化上的差異。

中國在春秋戰國時期也有百家爭鳴的學術風氣。那時的學術界，非常自由，任何意見都可以發表，學者可以向列國的統治者提供建議，得到君王採納就可以「食有魚，出有車」。不採納，離開就是

了。但是春秋戰國時期的自由，並沒有出現古希臘政治那樣的奴隸主民主政治，而是實行君王統治制度。中國的數學家只有為君王作謀士，提供管理國家的數學方法，才能得到君王的採納。因此，中國古代數學多半以「官方文書」的形式，展現出「管理國家」的特點。《九章算術》的各章，內容涉及丈量田畝、分配勞力、計算稅收、運輸糧食等國家管理的實用目標。因此，中國數學可以說是「管理數學」和「木匠數學」。它非常實用，長於計算，密切結合實際。這是長處，但在「理性思維」、「推理論證」方面，就不如古希臘的文明。

三、宗法制度下的儒家文化：鄙薄數學教育卻不與抵觸

中國文化是多元化的。早期的中國數學教育和道家淵源很深。隋唐時李淳風道士（號黃冠子）「與國子監算學博士梁述、太學助教王真儒等受詔注《五曹》、《孫子》十部算經。書成，高祖令國學行用」（《李淳風傳》，頁2719）。佛教中的禪宗，在哲學觀與推理過程方面影響數學的進程。墨家、名家更和邏輯學有密切聯繫。但是，自漢代以來，在漢民族地區處於正統地位的一直是儒家文化。這是一種皇權化了的儒學，與孔子的儒學有所差異。此後的儒家更加重視君臣、父子、夫婦的宗法關係的維護，鄙薄科學技術，當然也就不會有數學的重要地位。像劉徽這樣的有貢獻的數學大家，絕對沒有像柏拉圖、亞里士多德、阿基米德、牛頓、歐拉那樣受到西方社會的廣泛重視和讚賞。數學往往只能作為民俗而存在，無法進入儒家文化的主流。不過，儒家文化本身卻是一個演繹體系。後人學習儒家經典的目的，不是加以發展，而是在儒家經典的框架下進行闡述，不准改動，不准批評，不得違反。在演繹這一點上，與西方數學要求卻並不抵牾：

儒家經典相當於公理；

大學問家的注釋，相當於由公理出發進行的推理；

讀書人寫八股文章，只是將公理和推理拼湊起來的一個練習。

因此，一旦西方數學進入中國，在接受公理化思想體系方面，並沒有遭到儒學家的抵抗。徐光啟翻譯《幾何原本》，在序言中認為該書的體系「不必疑，不必揣，不必試，不必改」，「似至晦，實至明」，「似至繁，實至簡」，「似至難，實至易」，稱讚有加，並未和儒家學說有抵觸。出版之後，雖然回應者不多，卻也未見批評圍剿。相比之下，西方的「民主」、「共和」、「物競天擇」、「猴子變人」等等鼓吹革命的學說，則和皇權統治發生激烈碰撞。這些學說引起的爭論大，社會影響深刻。數學則遠非如此。清朝統治者從來沒有害怕過西方數學，更沒有反對過西方數學。1859年，李善蘭翻譯《代微積拾級》，成為中國懂得牛頓微積分的第一人，是京師「同文館」中除經學之外唯一的中國本土教習（其餘如生物、化學、地學等均為外人），從一個側面顯示出儒家經典和西方數學間的共存共榮的局面。

最後，儒家文化為數學學習提供了特定的社會環境。

儒家學說是一種全民共信、不得違反的思想體系，但是它畢竟不是宗教。一般地說，宗教都認同某種世俗以外的超人力量，離開現實人間生活，去追求另一個更加完美的世界。儒家學說恰恰相反，它的生命哲學是集中個人的努力，以追求現世可以達成的功業目標，不談個人「出世」的事情。當有人問孔子死後之事，孔子回答說「未知生，焉知死？」（《論語·先進》第十一）。評價一個人的畢生努力，主要是從對現世社會的貢獻。儘管個人生命有限，人可透過「立德、立功、立言」的三不朽得以延續。這種追求現實功業的個人奮鬥精神，是儒家學說賦予中國學生學習數學的思想動力。

儒家文化下的家庭體系，對子女的學習，包括數學學習有重要的影響。父母總是希望子孫後代能夠奮發圖強，延續自己和祖先的

基業，以優異的成績，包括在學期間的學習成績，光耀門楣。一般地說，學生容易對密切結合現實的語文、地理、自然、社會等課程發生興趣，而對暫時沒有用處的數學（也許還有外語）則不喜歡。如果家長聽之任之，只靠學生自己的喜好，則往往首先放棄數學的學習。於是，中國學生在儒家文化影響下的優勢就出現了。在家庭無微不至的關懷與幫助下，他們會背九九乘法表，會做心算、會做長除法，記住通分約分、負負得正、顛倒相乘之類枯燥的程式。待到他們成年之後，這些基本功就非常有用。至於幼年時放棄這些學習的孩子，要想在成年後補足這些基礎，往往為時已晚。

以孔子為中國教育文化的代表，是人類智慧園中的瑰寶。孔子是偉大的教育家。他提倡「有教無類」、「因材施教」，都是著名的教育箴言。即使在具體的教學方法上，也有許多精闢的論述，至今仍然閃耀著智慧的光芒。例如：

「知之為知之，不知為不知，是知也。」（《論語·為政》）

「不憤不啟，不排不發，舉一隅不以三隅反，亦不復也。」

（《論語·述而》）

「學而不思則罔，思而不學則殆。」（《論語·為政》）

「學而時習之，不亦說（悅）乎？」（《論語·學而》）

「溫故而知新，可以為師矣」（《論語·為政》）

這些教育名言，經過千年流傳，已經成為中華文化的核心部分。至於民間流傳的教育古訓，當然受到以上各節所述的文化的影响。其中最為普及的當屬「熟能生巧」。這一理念，幾乎所有中國人都相信，而外國人則未必。中國啟蒙教育主張「熟讀唐詩三百首，不會吟詩也會吟」，以背誦《三字經》、《千字文》為兒童開蒙的必修課。藝人的經驗則是：「曲不離口，拳不離手」，「夏練三伏，冬練三九」，台上一分鐘，台下三年功。大家都認為，經常地練習，是成功的必要條件。理解固重要，練習卻不能少。數學練習受益於此良多。

四、追求現世功業的考試文化：對數學教育是一把雙刃劍

中國在魏晉南北朝時期（西元220-580年），盛行門閥制度，講究出身門第，官吏都是世襲，為了使平民百姓中有才能的人也可以做官，遂有通過考試選拔人才的「科舉」制度的出現。如果說中國古代在科學上有四大發明，那麼中國在人事制度上的重大創造就是科舉。

隋文帝開皇七年（西元587年）為科舉的開始。隋煬帝大業二年（西元606年），開設進士科，用試策（時務策）方法選拔官吏，代替九品中正和州郡地方官的薦舉制。從而把讀書、應考與政治上的做官密切地聯為一體。

唐代的科舉考試科目很多，但以秀才、明經、進士三科最為重要。唐朝曾設立「明算科」，通過考試後要交吏部錄用。科舉考試在宋代有一場大的爭論。王安石為推行新法，改革科舉制度，要求在科舉考試中罷詩賦、明經諸科，專以經義、論、策試進士。蘇軾等則認為，經義策試沒有準繩，學子縱論天下，孰優孰劣，全憑考官個人好惡決定，無法衡量人的真實才能。不如考詩賦，平仄格律，對仗工整，必須符合規定，當較為客觀。這場爭論，其實是考試命題政策之爭。由於「考試公平」的主張取得壓倒性的勝利，考試命題方法日趨「客觀化」。

到了明清兩代，八股文盛行。八股文以「起承轉合」各兩股的文章格式，把學子的思想束縛得緊緊的。評分標準自然客觀得很，可是讀書人對國家大事、科學進步就變得毫無興趣了。

考試文化對雙基數學起到正面和負面的作用。正面作用是：激勵機制，明確方向；重視基礎，善於書面表達，爭取完美準確答題，保證取得高分。負面作用是：只重筆試成績，忽視人文修養。尤其是「一次性的、限時限刻的筆試」，只能考察「基礎」，特別是能夠比較客觀公平打分的那些基礎。其考試成績只反映了應試者知識的識記水準，難以反映創新能力、公關交流能力、合作領導能力等

等。如果學生答數學卷全憑記住程式「快速搶答」，不容你細細思考，就只會和「八股取士」越走越近。

五、崇尚嚴謹論證的考據文化：與數學的邏輯 論證相吻合

清代中期以來，以戴震為首的考據學派在學術界佔統治地位。考據學派的治學方法重實證，講究邏輯推理，因而貼近數學。清末以來的學術界崇尚「嚴謹治學」的文化氛圍，恰與西方數學要求嚴密邏輯推理的層面相吻合。此外，考據學派對中國傳統算學有過重要貢獻，他們中的許多人如戴震、阮元等本身就是算學家。考據和數學聯姻，並非偶然。

如果說儒家學說從宏觀上看是一個演繹系統，考據學派則把儒家文化體系在微觀上進一步演繹化、邏輯化。顯然，這種重證據、實事求是的學術精神和方法，是考據學派能夠通向現代科學，特別是數學的橋樑。對於考據學和數學的關係，著名數學史家錢寶琮先生在《中國數學史》中評論說：「到乾隆中葉，經學家提出了漢學這個名目和宋學對抗，他們用分析、歸納的邏輯方法研究十三經中不容易解釋的問題。後來又將他們的考證方法用到史部和子部書籍研究中去。研究經書和史書都要掌握些數學知識，所以古典數學為乾嘉學派所重視」（錢寶琮，1992）。

錢先生在這裏指出了研究經史需要數學知識，因而考據學家大多要研究數學。這只是問題的一個方面。研究經史的學問家很多，應當都來研究數學才是，為何唯獨考據學家都成了數學家？正如錢先生所指出：考據學家使用的是「分析歸納的邏輯方法」，而邏輯方法正是數學研究所特別強調的。由此可見，考據學和算學相關連的內在原因是研究方法的相同：都依靠邏輯推理。

可惜的是，以戴震、阮元等為代表的乾嘉考據學派，奉行的是復古主義，主張「西學中源」，以為「西方數學都可以在中國古代

算學中找到根源。把向西方學習數學的大門關死了。中國傳統數學到李善蘭時已經畫上句號，後來的中國現代數學，則是到國外留學的博士重起爐灶，於五四運動前後發展起來的。它和考據學派沒有學術血緣關係。但是，如前所述，二者在研究方法上，文化層面上依然有著深刻的聯繫。考據文化對數學教育有積極的一面：重視邏輯訓練，也有消極的一面：忽視數學思維的創造性。

結語

今天的中國學生，生活在具有中華文化傳統的社會環境裏，在學校裏則要學習以邏輯見長的西方數學。產生的結果卻是，在數學考試成績上，中國學生一直優於西方國家。這種東西方情形倒置的原因很多，其中一個根本的因素是文化的差異。從最近美國NCTM發表的「聚焦檔」（The National Council of Teachers of Mathematics, 2006）來看，他們在正確地強調培養創造性數學思維的時候，的確忽視了必要的基本訓練。「苦讀」、「熟能生巧」、「科舉意識」、「家庭管束」、「追求現世功業」、「繼承考據傳統」等等文化因素，使得中國學生在數學上付出了比其他國家地區的學生更多的時間與精力。獲得國際上的好成績使得我們不必自卑，卻也不可盲目樂觀。數學思維本來有兩面：活潑的創造性思維和形式化的邏輯思維。如果學生們在接受基本訓練的同時，把創造性思維層面過濾掉了，就會得不償失。畢竟，創新是民族的靈魂，發展是硬道理。只有在打好基礎的前提下，謀求學生的個性發展，中國的數學和數學教育才能走到世界的前列。

中國傳統文化和西方文化正在融合。東西方數學教育也在走向融合。

參考文獻

- 午晴、唐軍(譯)(1998)。《中國鄉村生活》(頁244–245)[Arthur H. Smith原著, *Village Life in China*]。北京：時事出版社。
- 潘光旦(1997)。《尋求中國人位育之道(上)》(頁266)。轉引Arthur H. Smith原著,《中國人的特性》(*Chinese Characteristics*, 1892, 1st ed.)。北京：國際文化出版社。
- 《李淳風傳》(1936)。《舊唐書》卷七十九〔劉昫撰〕。中華書局標點本第8冊(頁2719)。上海：中華書局。
- 錢寶琮(1992)。《中國數學史》(頁283)。北京：科學出版社。
- The International Assessment of Educational Progress [IAEP] (1992). *Learning Mathematics*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2006). *Curriculum focal points for pre-kindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Retrieved June 29, 2007, from <http://www.nctm.org>

The Influence of Chinese Culture on Mathematics Education Today

Dianzhou ZHANG

Abstract

Mathematics education in China today emphasizes the teaching of basic knowledge and basic skills; it builds the all-round development of every student on such a foundation. This is a natural consequence of the development of thousands of years of Chinese culture. In this paper, we will discuss the cultural origin of the present mathematics education in China from five perspectives: the natural environment, social culture, examination system, academic features and educational tradition.

張奠宙，上海華東師範大學數學系教授。

聯絡電郵：zhangdz702003@yahoo.com.cn