

馬慶堂

緣起

香港躍進學校計劃在第三年度（即2000–2001）與東華三院洗次雲小學（下稱學校）磋商數學科的教學。在進行課堂教學探究工作之前，香港躍進學校計劃的學校發展主任為全校老師安排一個工作坊，讓他們認識有關的教育研究理論、研究技巧及處理資料數據的方法等。接著，數學科的老師及香港躍進學校計劃的學校發展主任共同商議在哪一班以哪一個教學主題進行行動研究。

行動過程

學校發展主任與數學科老師經商討後，認為在小三3C班進行數學科全面的行動研究和數據資料搜集比較適合，其餘三年級各班由老師自行安排類似的方式。老師會預備上課的教案、工作紙及有關教材，而躍進學校計劃則主要在五方面支援老師。這五方面的安排及大學的支援方式跟其他很多地區的大學—學校行動研究合作的方式相類似（Biott, 1992; Cattelli, Padovano, & Costello, 2000），包括：

1. 預備及設計前測及後測的試題；
2. 整理數據；
3. 參與課堂教學觀察，協助老師了解參與研究的一班在研究期間的進度；
4. 整理紀錄；
5. 作為老師的批判朋儕（critical friend）。

選擇三年級作為研究對象，是因為參與行動研究的老師是這班的數學老師。其次，老師指出過往這班在學習「除法的應用題」時，很多學生均未能掌握，因此欲趁此機會，試找出學生在小二學習了簡單除法的基礎上，在三年級上完老師的課堂教學後，是否掌握「除」的概念並能依題意正確地用除法來解題。此外，三年級的教學時間進度也配合這次「行動研究」的時間表（這考慮也兼顧學校行政方面）。整個行動研究過程見圖C1的流程圖。

老師根據學生對除法的學習狀況，預備了一份前測試卷（見附件甲），共有七道題目，各題分別針對學生以下不同的除法概念：

1. 學生掌握「包含」的分物概念
2. 學生掌握「均分」物件的概念
3. 學生掌握「均分」物件後有餘數的概念
4. 學生透過分物活動，可寫出橫除式
5. 學生能把除法的橫式，轉化成直式
6. 學生能把除法的橫式，轉化成直式（有餘數）
7. 學生能根據題意，正確寫出除法的模式

前三項是根據有關學者對這方面研究提出的除法概念（Fischbein, Deri, Nello, & Merrino, 1985; Kouba, 1989），其餘四項則是老師經商討後認為學生需要掌握而十分重要的環節。

前測試卷由全體學生作答，老師改閱測試卷，全班答對人數見表C1。

從學生答對的人數來看，較多學生未能掌握的概念範疇有三項：透過分物而寫出橫除式（第4項），把橫式

圖 C1：數學科行動研究流程圖

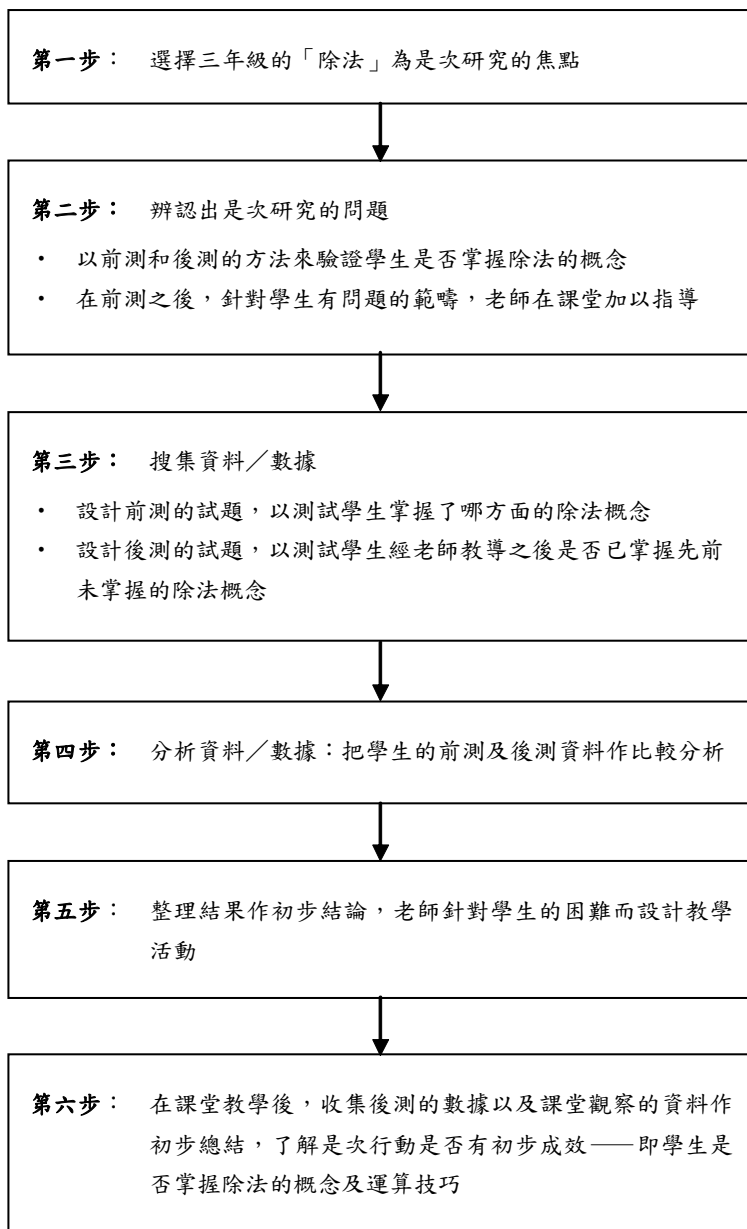


表 C1：前測中對不同除法概念的掌握（答對人數）

除法概念範疇	1	2	3	4	5	6	7
答對人數*	29	28	23	18	29	11	16

* 全班學生 31 人。

轉為直式（有餘數）（第 6 項），和據題意正確地寫出除法的橫式（第 7 項）。在其他學校，也有很多三年級學生在學習除法時亦碰到概念及計算的問題，不少研究都指出了類似的情況。

若要理解學生在學習除法時所碰上的問題，便需要從認知心理學和綜合教學知識中有關理解數學本質概念和程序知識處入手（Gagne, Yekovich, & Yekovich, 1993; Hiebert & LeFevre, 1986）。認知理論學者認為人類知識可分為陳述性知識和程序性知識（declarative and procedural knowledge）兩種。陳述性知識通常是比較靜態的，較易於學習，包括一般事實性的知識、理論和事物，以及這些知識的功用和含意，如：

$$8 \div 2 = 4$$

數數由 1 至 100

至於程序性知識，則是人類產出行為的知識，大多指如何從事某種知識，包括心理機能、認知技能和認知策略等。程序性知識一般會是一連串的步驟或行動，例如解一道除法問題。陳述性知識和程序性知識

兩者雖有明顯的定義分野，卻又有互相緊扣而不可分割的關係。例如要解一道除法應用題，首先便需要明白之前所學有關「加減乘除」的陳述性知識，再不斷從計算和學習過程中發展程序性知識，而在學習過程中又能夠運用知識或策略去解決問題、思考及作決定。以此來看，學生在學習除法時，便需要先明瞭「除」的基本知識概念，這是陳述性知識，老師在這階段是通過課堂教學讓學生掌握「除」的概念。下一步，老師便需要把學生已有的陳述性知識跟程序性知識聯繫起來，使學生在類似的學習脈絡中應用陳述性知識，再類推到其他情境中以解決新問題，而過程中是需要清楚知道為甚麼要執行某個程序。若學生在這階段不能把兩種知識串連在一起，則可能只會倚賴關鍵字眼來猜測如何解題。

舉例來說，學生在學習除法的對齊位值時，如 $169 \div 13 = 13$ 的除法計算題時，其直式為：

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 \hline
 13 \overline{) 169} \\
 \underline{13} \\
 39 \\
 \underline{39} \\
 0
 \end{array}$$

假如老師先提示商的十位要對齊被除數的十位，卻沒有結合陳述性知識（像169中有多少個13），那麼學生便只知道對齊位值的程序規則，而不理解規則背後的意義；不理解這規則與相關的陳述性知識的潛藏關係，便無法解釋解題程序的含意了。

由此可以解釋為甚麼在前測中，學生只掌握了陳述性知識（大部分學生均答對第1至3項的範疇），卻未能應用這些知識以解決新問題（大部分學生均未能答對第4、6及7項的範疇）。因此，有關除法的下一節課堂活動便根據這一分析來設計。

教學情況

老師分析了學生在前測中的問題後，針對學生所未能掌握的除法概念和有關的運算技巧，開始著手與學校發展主任一起設計有關的課堂教學活動。策劃的課節為60分鐘，由一位老師擔任主要授課老師，另一位老師及學校發展主任則從旁協助並作觀察總結。課堂的活動如下：

20分鐘：全班同學一起聽老師講授除法的基本概念及運算的形式表達，再輔以兩個需學生參與的簡單分物活動，以加深他們對「除法的算式」的了解。首先講解除法的橫式，再轉為直式，請學生朗讀及在橫、直式的適當位置貼上字卡，辨認「除數、被除數、商及餘數」等以加深認知。

跟著，在老師桌上放18粒糖，請學生把這18粒糖平均放在6個小格子上，正確完成後，再在黑板上寫出橫式，後轉寫為直式。下一個小活動則請一位學生把這18粒糖每4粒放入一袋，問可分成幾袋？有沒有剩餘的糖？學生正確完成後，又請列出橫式，再轉為直式。過程中均要學生說出哪個是除數、被除數、商及餘數。

這過程學生均能掌握，間或有未能全部掌握的，老師略加提示，學生便能完成。

15分鐘：接著，學生分成為5大組，每組約6至7位同學，再以兩位同學一小組面對面以協作方式學習。老師派工作紙，兩人一起做兩道除法問題，輔以顏色膠粒讓學生自由選用作為思考的輔助教具。要求學生在工作紙上寫出正確的橫、直式（通常學生只寫橫式或直式，甚少主動寫下兩種方式）。

在上述兩個階段，觀察課堂教學的情況。老師在這兩個階段的教學時間均能分配得宜，講解清楚，而所主持的學習活動又簡潔，絕大部分學生均十分投入學習活動之中，課堂的秩序亦管理良好。至於學生在分物時，以算式來表達通常是先橫後直；有一位同學把「商」的位置放錯了，另一位同學把橫式轉為直式時漏寫了餘數，後來這兩位同學均自行發現錯誤而改正過來。

10分鐘：這時段主要用以訓練學生除法的格式，幫助同學以正確又常用的方式表達除法。形式是以掛圖向學生清楚解釋做練習時哪些方式較簡潔易明。

15分鐘：剩下來的課堂時間讓學生於堂上做5道簡易的除數練習題，作用是鞏固學生對除法的概念和計算技巧。全部題目均為1位數除2位數，其中兩題沒有餘數，三題有餘數。老師即時巡視全班情況，並向未能掌握除法概念和計算技巧的同學作簡短而快速的支援或講解。之後學生回家需做17道練習題，進一步鞏固所學，加深對除法的認識。

上完這課堂後，相隔三星期，老師給學生一個小測驗，共有8道題目，結構及形式與前測的相類似。從後測的結果看，學生在前測時大多未能掌握的三個範疇，在後測中已有很大程度的改善（見表 C2）。

再進一步分析，同一學生在前、後測均未能掌握的人數見表C3。當中有兩位同學均未能掌握多個範疇，老師有見及此，已進一步作個別輔導及其他方式的指導，以幫助這幾位同學學習。

三年級中另外三班的老師也有施行類似的數學科行動研究，進行類似的課堂教學，而這三班的前測及後測結果也顯示學生在老師的細心指導下，很大部分學生均已掌握除法的概念及計算（見表 C4）。

行動研究對老師在教學上的啟示

這次數學科行動研究是為了解決教學老師所遇到的一個問題而進行的活動。在整個活動中，探究問題的焦點均由老師提出，探究過程亦由老師設計，學校發展主任只從旁提出意見和協助，例如把欲探究的問題聚焦、協助把構想轉化為可測量的題目、收集學生數據、針對學生未能掌握的數學概念而設計合適的數學活動和程序、觀課以總結數學經驗、分析資料及作總結、預備下一輪的教學行動等。

在行動研究的過程中，老師表示課堂教學能帶來以下幾點明顯的好處：

1. 老師及早了解學生在學習上遇到的障礙；
2. 針對障礙，老師能設計合適的教學活動及輔以教具來幫助學生學習；

表 C2：前、後測中能掌握三個除法概念的學生人數
對比

概念範疇	前測	後測
第4項：透過分物活動，把橫式轉化為直式	18	26
第6項：把橫式轉化成直式，並計算餘數	11	29
第7項：根據題意，正確寫出除法的橫式並計算答案	16	27

註：前、後測的學生人數均為 31 人。

表 C3：前、後測中學生對三個除法概念依然未能掌握的人數

概念範疇	學生人數
第4項：透過分物活動，把橫式轉化為直式	3
第6項：把橫式轉化成直式，並計算餘數	1
第7項：根據題意，正確寫出除法的橫式並計算答案	3

表 C4：三年級其餘三班在前、後測能掌握三個除法概念的人數對比

概念範疇	3A 班		3B 班		3D 班	
	前測	後測	前測	後測	前測	後測
第 4 項：透過分物活動，把橫式轉化為直式	17	27	24	31	26	26
第 6 項：把橫式轉化成直式，並計算餘數	5	23	19	27	7	22
第 7 項：根據題意，正確寫出除法的橫式並計算答案	14	23	24	24	19	19

註：3A、3B 及 3D 班的學生人數均各不多於 32 人。

3. 老師認識到同儕備課的優點；
4. 老師對行動研究有正面的評價，願意繼續嘗試進行類似的自我完善行動；
5. 老師對優化課堂教學有進一步的渴求；
6. 老師在文書及教具製作的工作上得到支援，令他們在教學上有更大空間精益求精，最終令學生在學習上得益更多。

至於老師的意見，可見附件乙。

參考書目

- Biott, C. (1992). Imposed support for teachers' learning: Implementation or development partnership? In C. Biott & J. Nias (Eds.), *Working and learning together for change*. Buckingham [England]; Philadelphia: Open University Press.
- Cattelli, L. A., Padovano, K., & Costello, J. (2000). Action research in the context of a school-university partnership: Its value, problems, issues and benefits. *Educational Action Research*, 8(2), 225–242.
- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Merrino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(1), 3–17.
- Gagne, E. D., Yekovich, C. W., & Yekovich, F. R. (1993). *The cognitive psychology of school learning* (2nd ed.). New York: Harper Collins College Publishers.
- Hiebert, J., & LeFevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge:*

The case of mathematics (pp. 1–27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kouba, V. L. (1989). Children's solution strategies for equivalent set multiplication and division word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(2), 147–158.

附件甲：前測試卷

1. 有花 12 朵，每 3 朵插在 1 個瓶子裏。（用圈把花兒分出來）



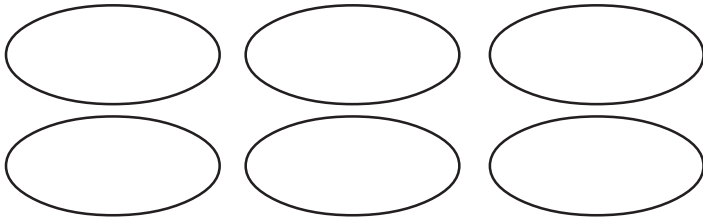
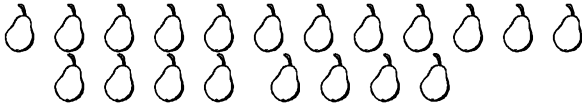
可插 _____ 瓶

2. 把 15 個蘋果分成 3 等份。（把蘋果畫在空格內）



每份有 _____ 個

3. 把 20 個梨子，平均分成 6 碟。（把梨子畫在碟子上）



每碟有 _____ 個

餘下 _____ 個

附件甲 (續)

4. 糖 14 粒，每人吃 2 粒，可分給多少人吃？
(請用圈把糖果分起來，並用除式記錄分物結果)



$$\underline{\hspace{2cm}} \bigcirc \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

可分給 人吃

用直式表示下列兩題的除式

5. $24 \div 6 = 4$

直式



6. $30 \div 7 = \underline{\hspace{2cm}}$

直式



列式計算

7. 橙每個 4 元，20 元可買橙多少個？

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

附件乙：老師的意見

張巧知老師

趣味，是學習的原動力。有了它，小朋友學會主動地學習，自學的精神也漸漸提高了。

在過去的數學輔導教學中，我與一位老師共同設計教學活動，彼此交流心得，思考如何讓學生從趣味活動中學會有關分數的概念，例如以「過三關」的形式進行活動。這些都是他們熟悉的玩意，有所不同的是內容與分數概念有關。過程中，我們先扼要解釋數學概念，跟著就讓他們進行趣味活動。每次課堂後，我們也會檢討一下學生是否掌握已學的概念，而為下一課作準備。

這次數學輔導教學，讓我有機會與老師進行合作教學，不但可以互相交流意見，同時也可以集合大家的創意於教學中。學生漸漸地對數學感到興趣，整個課堂氣氛熱烈，這正好激勵我們為教學設計再加添新嘗試。

而最令我們高興的是，原本對數學不大感興趣的學生，透過分組進行活動，漸漸掌握基本的分數概念，開始投入課堂活動，樂於學習，願意面對難題，接受挑戰，這不禁令我們獲得很大的鼓舞。

周寶雲老師

我認為透過參與是次「中大躍進計劃」之三年級數學科教學研究，對於教導三年級學生的除法確有幫助。同級老師和參與是次研究的馬先生一起商討教學計劃，能讓我們及早了解學生學習除法時常常碰到的一些障礙，盡量設計一些合適的教學活動及教具來幫助他們解決在學習除法時面對的障礙。

另一方面，同級老師一起商討教學，是有一定的好處：大家的教授方式較為一致，更能靈活變通地教學，以及適切地跟進學生學習，以了解他們的學習需要和困難。

此次研究，「中大躍進計劃」之人員能給予實際上的支持和配合，如協助製作教具及一些文書處理工作，這都有助老師營造有利學生學習的條件。