

【學校教育改革系列】

兩岸三地基礎教育數學課程改革
比較及對課程改革的啓示

丁銳
黃毅英
馬雲鵬
林智中

香港中文大學
教育學院 香港教育研究所

作者簡介

丁銳

東北師範大學教育科學學院講師

黃毅英

香港中文大學課程與教學學系教授

馬雲鵬

東北師範大學教育科學學院教授

林智中

香港教育學院課程與教學學系教授

© 丁銳、黃毅英、馬雲鵬、林智中 2009
版權所有 不得翻印

ISBN: 978-962-8908-33-2

學校教育改革系列

學校教育已成為現代人類社會一個不可或缺的制度。每個現代社會均在學校教育方面投放大量資源，同時又以法律規定下一代要接受較長時期的學校教育。因此，學校教育的效能與效率，成為了社會發展及進步的必要條件。隨着全球化及資訊化的經濟體系迅速發展，社會若要維持以至增強競爭能力，就必須不斷改善學校教育制度，甚至要進行改革。

香港社會如何裝備下一代，以迎接二十一世紀的挑戰呢？改革香港學校教育自然就是其中一個重要的課題。香港學校教育的改革應朝甚麼方向走？應實行甚麼改革方案及措施？怎樣歸納、總結及評估改革方案的成效？怎樣分享、傳播及推廣有成效的改革措施？

香港中文大學香港教育研究所出版「學校教育改革系列」，旨在針對以上各種學校教育改革的問題，抱着集思廣益的態度，以期為香港教育工作者提供一片研討的園地。本系列將陸續出版多種與學校教育改革有關的著作，包括研究報告、方案設計、實踐經驗總結，及成效評估報告等。

兩岸三地基礎教育數學課程改革比較 及對課程改革的啓示

摘要

本文透過對比台灣、內地、香港三地近年數學新課程改革的進程及引起的爭議，對數學課程發展的現況得出如下啟示：課程必須建基於原來的軌迹，才能有效調動教學隊伍的積極性，增加改革成功的機會。此外，「知識」與「能力」並非處於對立面，除了要找出平衡點外，亦須找出善用基本知識以發展能力的方法。學科的紮實基礎亦有助於發展跨學科能力。希望這些啟示能有助華人地區的數學課程向前發展。

背景

數學教育一直是華人的驕傲。在眾多大型國際比較研究和國際數學奧林匹克競賽中，華人學生的數學成績均遙遙領先（Wong, 2004）。縱然如此，卻另有研究顯示華人學生的分析能力和解決開放性問題的能力不如西方學生（蔡金法，2006）。2000年前後，為了應對全球化的挑戰，並培養學生學會學習和終身學習的能力，且為了轉型到能力培養，兩岸三地不約而同開展了數學課程改革。如今，差不多十年過去了，各地數學課程改革呈現了不同的特點和發展趨勢。本文試圖通過對比台灣、中國內地和香港的數學課程改革的進程、爭議及發展趨勢，給數學課程改革者啟示，以促進數學課程改革朝健康的方向發展。

首先，需要澄清的是，研究者所關注的是三地的課程發展趨勢和某些矛盾所帶來的教訓，而非分析某個特定的版本，因此所謂的「新課程」涉及的範圍會比較廣。台灣方面，主要焦點是1993年左右開始的數學新課程，當然亦會

涉及後來的九年一貫課程（包括《國民中小學九年一貫課程暫行綱要——數學學習領域》〔下稱《暫綱》〕和《國民中小學九年一貫課程綱要——數學學習領域》〔下稱《正綱》〕）；內地方面，主要指從 2001 年開始的新課程；而香港方面，則涉及到從 1995 年開始的目標為本課程一直到 2000 年開始實施的數學新課程。

其次，本文主要藉文獻分析的方法，對有關的課程文件進行比較分析，而課程改革難免涉及教科書的編制、教學方式的改變及教師培訓等配套措施。四位研究者均沒有親歷台灣的課程改革，只能對台灣的課程文件和一些具代表性的文件進行整理分析，但台灣的研究者所提供的資料給我們的研究作了有益的補充，稍可彌補這個缺憾。

此外，各地小學、中學及高中課程的重點與精神稍有不同。明顯地，各種數學活動的引入，在基礎教育階段會比較豐富。雖然我們的討論較集中在小學，但亦會引用一些中學的情況加以呼應。

對於世界數學課程趨勢，Wong, Han, & Lee (2004) 分析了近 20 個地區¹的數學課程，發現各地新課程的內容不盡相同，改革步伐亦各異，但綜觀相關文件，不難發現以下一些「共通語言」：

1. 學習範疇
2. 核心與選修課程
3. 評鑒標準、達成指標
4. 把學科學習連結生活經驗
5. 基本能力
6. 一般共通能力
7. 高階思維
8. 道德價值

9. 態度
10. 專題研習
11. 愉快學習
12. 資訊科技教學

當然，這些共通語言並不是在所有地區都出現，但在不同地區的課程裏確實重複出現，這反映了一個大略的趨勢。這些課程要素涵蓋了教學內容（第 1 至 4 項）、能力（第 5 至 7 項）、情意目標（第 8 至 9 項）和教學取向（第 10 至 12 項）。雖然各地改革所提出的新理念和舉措繁多，錯綜複雜，但這一系列的改革其實均可追溯到普及全民教育帶來的教育轉型（黃毅英、林智中、孫旭花，2006；黃毅英、顏明仁、霍秉坤、鄧國俊、黃家樂，2008）。

總的來說，近年來三地的數學課程改革有一些共通之處，比如都較強調培養能力，採用建構主義理論，並關涉過程與結果的爭論等。我們先闡述幾個關鍵的觀念，然後分析三地的具體數學課程改革。

能力培養

黃毅英、顏明仁等（2008）分析了近年世界多個地方數學及其他學科課程改革的趨勢。其中一項重點是強調學會學習，亦即是由着重知識的傳遞轉為強調共通能力的培養。在台灣、中國內地和香港的數學課程中，這一點均是非常突出的。

台灣 1993 年版的國小數學課程的精神，就是解題、溝通、推理、聯結，反映了在數學課程中開始重視非數學內容部分（鍾靜，2004）。台灣《暫綱》（台灣教育部，2001）更提出要培養學生表達、溝通與分析、運用科技資訊、主動探索與研究、獨立思考與解決問題等十大基本能力。在《暫綱》中，數學能力指標是整個課程綱要的核

心。《暫綱》將數學學習內容分為數與量、圖形與空間、統計與概率、代數、連結五大主題，其中連結這一主題可分為內部連結和外部連結。數學內部的連結可貫穿前四個主題，強調的是解題能力的培養；數學外部的連結則強調生活及其他領域中數學問題的覺察、轉化、解題、溝通、評析諸能力的培養。儘管《正綱》（台灣教育部，2003）亦強調培養學生的能力，但更注重的是計算能力的培養（楊美伶，2003）。

中國內地新課程便提出要改變過於着重書本知識、接受學習、死記硬背、機械訓練的現狀，轉而培養學生搜集和處理資訊的能力、獲取知識的能力、分析和解決問題的能力，以及交流與合作的能力（中華人民共和國教育部，2001）。

香港由「目標為本課程」（Target Oriented Curriculum，下稱 TOC）時期提出五種高層次思維能力（探究、傳意、推理、構思、問題解決），擴展到後來的九項共通能力（協作能力、溝通能力、創造力、批判性思考能力、運用資訊科技能力、運算能力、解決問題能力、自我管理能力和研習能力）。這種轉變進一步加強了精簡課程的需要，以騰出空間（包括教學時間）發展跨學科學習、高層次思維、共通能力及「學會學習」等等（黃毅英、顏明仁等，2008）。

由上可見，台灣、內地、香港三地的數學課程，均開始強調能力的培養（特別是思維能力的培養），於是學科內容的分量就相對地減低了。

建構主義學習

除了把培養能力作為課程重點外，三地數學課程的另一共同點是採用建構主義的學習理論，強調教與學的歷程應該

從傳統的「教師講，學生聽，多練習」等習慣轉移到建構主義的教學策略上。

建構主義至少可追溯至 20 世紀 30 年代的皮亞傑（J. Piaget, 1896–1980）。這些學者由康德（I. Kant, 1724–1804）的哲學出發，指出知識並非「外在」而由人去獲取，亦非如柏拉圖等只把知識看作內蘊而由人去「追憶」（recollection），相反是由個體透過其行為與環境之間的互動而建構起來。von Glasersfeld（1989）指出建構主義涉及兩個基本原則：

1. 知識並非被動地接受而只能由認知主體主動建立；
2. 認知的功能在於適應環境，將經驗世界組織起來，而非發現客觀世界的實體。

除了第 1 點所代表的「樸素建構主義」（trivial constructivism）和第 1、2 點合起來所代表的「激進建構主義」（radical constructivism）外，漸漸亦有人提出「社會建構主義」（social constructivism），試圖引入人際溝通的社會性及知識的社會文化本質等，在理論上調和某些矛盾（Cobb, 1994）。

簡單來說，學生不只是一副「學習機器」，更是一個有機體。要將學科知識及知識結構在學生腦袋中建立起來，不能靠簡單的老師傳遞來「植入」，而是要透過老師安排的種種活動讓學生親身經歷，這種知識結構才得以在學生中形成。

以「 $8 + 3 = 11$ 」為例，雖然大部分學生在外顯行為上都很統一（大家都會算 $8 + 3 = 11$ ），但深層來說是可以有質的不同，例如一些學生的相關知識結構會是「8 向前順數 3 個數字是 11」，另一些會用「湊十」，一些會用「量」

去思維，一些借助數線等。故此教學任務逐漸轉移到協助學生自行建構屬於他自身的知識結構及培養自行建構的這種能力。隨着知識爆炸的新形勢，學校已不可能將大量人類的文化遺產簡易的「交給」下一代。現今的改革一再提出「學會學習」等理念，其實自 20 世紀 60 年代開始，已有學者不斷提出這樣的一種教與學的轉型（見黃毅英，2003）。

當然這亦不光是讓學生「自行建構」，教師是要提供不同的智性刺激和互動社群環境，做到 Lakatos（1976）或 Lampert（1990）所描述的學生進行論述與反駁等對話。於是，把這些建構主義的觀點套用到課程與教學上，便產生出所謂的建構主義課程及建構主義教學方式，當中強調一題多解、開放題、多重表像（既要能以算術方式了解「分數」，也能用圖解實物等）、發問（包括學生互相提問與追問）與傳意。透過發問與課堂傳意溝通，學生方能自行建構而非由老師灌輸（這亦曾牽動了「滿堂灌」與「滿堂問」的討論，詳見郭永福，2003；黃毅英，2004）。這種想法最少可追溯到 20 世紀初杜威等人「做中學」等想法（Dewey, 1938）。正如 Griffith & Howson（1974）所指出，這種想法以不同形式重複出現，包括專題研習、以兒童為中心的學習、活動教學、自我發現、遊戲、課程統整，甚至讓學生進入「微世界」（micro-world）所衍生的「範式轉移」等。

過程與結果

三地的數學課程改革均涉及了「 p 與 p 」的課題。其中一個 p 表示學習結果（product），包括學習內容（content）；另一個 p 表示學習過程（process），包括所謂「過程能力」，亦即「高層次思維能力」。這個討論至少可以追溯到 1975 年美國的國家數學教育指導委員會報告書（National Advisory Committee on Mathematics Education,

1975)，當中提出不應將 p 和 p 看成為對立面 (dichotomy)。1986 年，國際數學教育委員會 (International Commission on Mathematics Instruction) 在科威特的研討會 (Kuwait Symposium) 中前瞻 20 世紀 90 年代的數學教育，對所謂「過程為本課程」(process-based curriculum) 提出了不少批評，最後得出要在「 p 與 p 」之間找出平衡的結論 (Howson & Wilson, 1986)。其實我們須更進一步探討「怎樣在教授數學知識之同時，以之作為培養深層能力的基礎」(黃毅英, 1995, 頁 71)。

除了上述關於數學科內部的「 p 與 p 」爭論外，各地課程改革亦涉及更廣泛的「 p 與 p 」之爭，就是學科與跨學科能力間的關係。例如指出學科只不過是人工的劃分，培育人才應要全面，故此須消除人為學科間的藩籬。最極端的包括認為取消數學科 (及其他學科) 亦非甚麼大不了的事情 (鄧國俊、黃毅英、霍秉坤、顏明仁、黃家樂, 2006; Wong, 2009)。

為了更好地對比三地數學課程改革的共性和差異，我們先分別介紹一下台灣、內地和香港千禧年前後數學課程改革的概況。

台灣數學課程改革

台灣數學課程改革的脈絡

台灣地區實施九年國民義務教育，國中實施免試入學已有三十多年，在課程上雖有九年一貫之名，卻無九年一貫之實，國小和國中的課程都是分別制定的。1949 年後，台灣分別訂定了五次小學數學課程標準和八次中學數學課程標準。其中 1962 年、1968 年、1975 年和 1993 年對小學數學課程標準作了修訂；1955 年、1962 年、1968 年、1972 年、

1983年、1985年和1994年對中學數學課程標準作了修訂。1993年，台灣教育界引入的「建構主義課程」引發了激烈討論，幾經修改，新的數學課程最終在2003年末公布。這可說是另一場「回到基本」運動。而從2001年的《暫綱》開始，台灣開始實施九年一貫數學課程，不再分為小學和中學課程。

甯自強(1993a)指出，台灣1975年的數學課程視數學知識為不變的真理，具有無可置疑的確定性，知識客觀地存在於外界等待着被發現。由於這種絕對主義(Ernest, 1991)的想法，數學成為一門只能全盤接受的學科，它易與教室中師生的社會活動和日常生活經驗脫節。教室中的教學，學生只能在抽象層次被動地接受，而沒有與現實生活關連的數學活動令學生害怕數學。數學對學生而言，除了用來應付考試，別無其他意義。

1993年台灣引入「建構式數學」時，雖然新課程標準並未明訂要使用哪種教學法，但數學課程標準中有兩處提及「建構」一詞：一在教育目標，「養成主動地從自己的經驗中，建構與理解數學的概念，並透過瞭解及評鑒別人解題方式的過程，進而養成尊重別人觀點的態度」；另一在教學實施要點的教學方法，「教學的概念與技能，必須由兒童自行建構，無法由教師灌輸而獲得，因此數學的教學應提供兒童觀察、操作、思考、討論的機會並由此進一步歸納、驗證數學知識」(台灣教育部，1993)。「建構式數學課程」視數學為社會共同建構的知識，數學知識的真偽有賴於理性的共識，而共識的達成有賴於理性的討論。知識的有效性是建立在相互的主觀，而非絕對的客觀或絕對的主觀上。知識是經人類的討論或辯解的活動所獲得的共識，它是合作活動的產物。建構式數學的主要精神是落實「以兒童為本位」，「培養兒童的群體解題文化」等理念(甯自強，1993a)。

2002年9月，國中一年級（相當於中一）新生正式接受九年一貫課程，這一屆的學生正好是國小第一屆實施建構式數學的學生。他們進了國中（依舊採取傳統的教學方法）的第一次段考，數學成績較以往下降不少，其計算數學及解題的能力全面下降，引起各大媒體的廣泛討論。

爭論焦點一：成效

有人認為學習建構式數學以後，學生變笨了；上了五年級還不熟悉簡單數學四則運算；強調開放性，不要求唯一最終的答案，把數學貶低到工具的地位，看不出數學概念彼此之間的關連與完整性；此外，由於實行一題多解，且每個課題反反覆覆的探索研習，理論上是先讓學生「學會了學習」，然後學習可加速進行（甚至自學），但搞得不好，時間是固定了，學習每個課題的時間長了，但又見不到實質成效，到頭來課程內容須大量削減（以騰出時間作建構活動），學習課題的數量自然要縮減，這給予大眾「學生變笨了」的結論（林冠群、葉明遠，2002）。這與日本的「數學戰爭」有雷同之處（Yoshikawa, 2009）。

新教科書亦特別強調小組學習，教師根據教科書把問題交給小組後，只能從旁觀察協助，不能主動告訴學生解決問題的辦法，而必須由學生自己討論。這種教學法如果不是小班根本難以進行，並且經過冗長的討論嘗試後，學生的焦點不一定會集中到有意義的數學主題上（見李國偉，2001）。但亦有教師表示，學生開始主動思考如何解決問題，「教室中的客人不見了」（蔡金甫，2009，頁99），因此長遠來看，建構式數學是比較好的方法（見黎慧琳、廖淑惠，2001）。

對台灣建構主義教學方式是否真的如外界所傳的如此不

堪，很多學者進行了大量的調查研究（李名揚，2003；郭怡君，2003；Tsai, 2000）。例如，台灣師範大學教授洪萬生率領的研究團隊，分別在2003年和2004年，針對最後一屆接受傳統數學教法和第一屆接受九年一貫建構式數學教育的國中學生，調查他們的數學學習能力，結果發現這兩屆學生在概念理解、程序知識及解題能力等各方面的數學成就，並沒有太大差別。接受建構式數學教育的學生，數學學習成就並沒有降低，約七成學生答對的題目比例都在八成以上（李名揚，2003）。鍾靜、李佳陵（2004）的研究亦認為，建構主義的實施並未影響學生的數學能力。儘管上述調查研究的結果不那麼消極，但是建構式數學在台灣的爭議仍是不斷。

爭論焦點二：作法

台北師範學院初等教育學系教授鍾聖校以兒童認知能力為依據，批判「建構式數學」的普遍適用性，認為不應落入教學法的霸權主義中（鍾聖校，1994，1998）。台灣大學數學系教授史英表示，課程綱要並未強迫所有教學一定要採用「建構式數學」，這都是理解錯誤引發的問題（見謝慧蓮，2001）。然而呂玉琴進一步指出，雖然政府沒有規定必須採用「建構式數學」，但台灣某出版社送到國立編譯館的教科書卻以未採用建構式數學而被裁定不准發行，為此，該書的編輯教授（現在是行政院國家科學委員會科學教育發展處處長）還寫了數篇文章批評建構式數學，因此這似乎不是「理解錯誤」的問題（呂玉琴，電子郵件，2009年8月20日）。反對教學法的霸權已成為共識，因為教育部審定通過的六套教科書都強調「建構式數學」，而教科書必定會影響教師的教學方法，「誤會」變得無可避免。「建構式數學」的提出本是針對舊課程標準之下傳統式教學法的弊端而來，雖然黃敏晃指出「建構式數學並不是一種特定教學法，而是一種理念和精神……新標準並未規

定一定要用建構式教學，只是強調要瞭解知識建構的歷程」（見陳榮裕，2001），但主張者決不會將它僅限於學習觀。況且，「學習觀必定影響教學觀，……主張建構式教學法的人需得進一步的說明他們的教學觀」（竇自強，1993b）。

爭論焦點三：本質

陳竹村（2000）賦與建構式數學課程「發展式數學課程」之名，以突顯新課程的精神及其理論架構，而非只是教學法的改變。他亦賦與傳統數學課程「定義式數學課程」之名。「定義式」與「發展式」的名稱，點出了傳統數學課程和新數學課程之間在本質上的差異。然而，鍾聖校（1998）認為「定義式數學」為新數學課程的基礎，先接受定義式數學的規範，才能玩算數！林冠群、葉明遠（2002）根據 Thompson（1985）、Sfard（1991）、Sfard & Linchevski（1994）等人有關數學概念是「過程－對象」對偶體的想法，進一步提出數學課程應該也是一種「定義（definition）－發展（development）」對偶體，並認為新課程為了糾正傳統課程偏向「定義」側面所產生的弊端，在推展的過程中特別強調了「發展」的側面。有關本質的爭論，其實正是上述過程與結果之關係的問題。

爭論焦點四：推行

台灣「建構式數學」的推行遇到了很多困難，第一就是教師培訓方面出現了極大的問題。「早期新課程推行之前要先集訓，研習會利用寒假或暑假，把全部老師都叫去，對新教科書進行一個星期的研習……可是 1993 年課程標準版的時候，開放給各縣市辦理，如此各縣政府在經費考量下，便會有取捨上的差異，有的縣市，如果比較重視，就辦一個禮拜〔星期〕，針對所有科目，最少七科；有的縣市辦兩天，你要在兩天內把所有科目全部研習完畢，那不太可

能」(見蔡金甫, 2009, 頁 101-102)。陳志修(2003)的研究亦指出, 教師無法掌握「建構式數學」理念與實際的主要原因與研習時數不足顯著相關。

另外, 台灣國小數學教科書從 1996 年開始開放為審定本, 由國立編譯館聘請專家及有經驗的小學教師, 組成國小小學數學教科書編審委員會, 對教科書進行審查修訂。教科書審定制度的開放, 亦使得「建構式數學」的推行受到影響。各開發商沒有充足的時間準備, 但又為了盡快收回成本, 都紛紛仿效實驗版的課本, 並未作試用, 而部編版(意即台灣省國民學校教師研習會編寫的版本)亦在民間版(即民間出版社編寫的版本)的壓力下, 不得不停止試用(蔡金甫, 2009)。這不但減少了教師了解新課程的機會, 更降低了教科書的質量。1998 年台灣省教育廳更名為「教育部中部辦公室」, 造成了地方教育單位與中央教育單位的鴻溝, 研習會無法順利借調優秀教師編寫教科書, 教育預算亦失去保障, 使得教師只能孤軍奮戰, 最終是教師對新教學方式一知半解, 只能拿着 1993 年的教科書, 用 1975 年的方法來教, 效果可想而知(蔡金甫, 2009)。

此外, 媒體大肆宣傳和報道, 家長便愈發不理解和恐慌, 而基本學力測驗、學科能力測驗和指定科目考試等高風險評估仍免不了傾向傳統紙筆評估, 於是出現學生白天在學校進行建構式學習、夜間上補習班進行傳統學習並準備考試的情況。

教師培訓方面, 在教育改革前, 教科書整個理念是由國小數學、課程、心理、教育等方面的專家學者及優秀國小教師組成的「國民小學數學科課程實驗研究小組」經由「研發實驗教科書→逐年進行教學實驗→試用→逐年採用」等過程共同發展出來, 課程在分階段教師培訓後逐步實施(林宜臻, 2003)。雖然這個想法未必完全得到落實, 但

新一輪教育改革的排山倒海之勢，使得以往的方式一夜之間給斷定為「過時」，這亦令課程在推行時遇到不少障礙。

台灣數學課程的新進展

台灣自 1996 年推行建構式數學課程，而諾貝爾化學獎得主李遠哲於 1994 年返回台灣，並於 2000 年主持教育改革。改革引發的爭論不斷，有教師甚至上街呼叫「停止建構」。2001 年台灣開始實行九年一貫課程，教育部公布的《暫綱》受建構式數學的影響很大。在《暫綱》修訂之際，台灣院士級的數學家積極介入，形成了數學家和數學教育家的對立面，重蹈了美國加州數學戰爭的覆轍（Jackson, 1997a, 1997b）。數學教育家把數學看成解題，強調概念發展的重要；數學家把數學看成工具，強調習得知識的重要。由於數學家介入《暫綱》的修改，使得修改後的《正綱》與《暫綱》在理念上有很大差別。再者，為回應學校和家長的反響、立法委員的關切及多種批評，台灣教育部決定在 2003 年頒布的《正綱》中取消建構式教學。鍾靜（2004）和楊美伶（2003）則認為《正綱》在教學上重視的是觀念和演算，以及學生的數學經驗（或數學感覺）的培養，標誌着台灣再一次重視計算能力的數學課程時代的到來。

台灣教育部積極應對課程改革發展的需求，不斷檢討和改進學校課程，於 2003 年組成「國民中小學課程綱要審議委員會」、「國民中小學課程綱要研究發展小組」二層級的常設課程修訂機制，採取演進式課程修訂模式，以隨時發現問題，即時進行評估研究或調整。2006 年 10 月和 2007 年 10 月，又分別成立了「國民中小學課程綱要總綱、各學習領域、生活課程暨重大議題研修小組」和「國民中小學課程綱要總綱、各學習領域、生活課程暨重大議題審議小組」，對國民中小學課程綱要進行微調和審議。2008 年，再次頒發微調後的《國民中小學九年一貫課程綱要》（台

灣教育部，2008），新課程綱要將於2011年實施，其中有關數學學習領域的調整不大。

內地數學課程改革

內地數學新課程的推進

中國內地於「文化大革命」後，1978年制定了新的小學數學課程。1986年義務教育法公布，開始推行九年義務教育。1992年公布面向義務教育的中小學教學計劃，同年實行一綱多本，並於1997年以海及浙江作試點，推行多綱多本。針對基礎教育課程「難、繁、偏、舊」的狀況，隨着義務教育的進一步落實和數學教育由精英教育往大眾教育轉向，2001年中國內地進行了新一輪的數學課程改革。2001年7月正式頒布《全日制義務教育數學課程標準（實驗稿）》。同年9月，實驗教科書開始在全國第一批38個國家實驗區進行實驗，參與的學生人數近20萬，實驗規模逐年擴大，2002年秋季，全國實驗區總數擴大到530個，全國參加實驗的學生人數達870餘萬人，約佔同年級學生人數的18-20%。2003年9月，實驗規模擴大到1,642個縣區，3,500萬中、小學生使用新課程標準的教科書。2004年9月，2,576個縣（市區）實施新課程，佔總縣市數的90%。2005年，新課程於義務教育階段起始年級全面實施。

這次數學課程改革提出「人人學有價值的數學，人人都能獲得必需的數學，不同的人人在數學上有不同的發展」等大眾數學理念，認為「動手實踐、自主探索與合作交流是學生學習數學的重要方式」，「數學教學活動必須建立在學生的認知發展水平和已有的知識經驗基礎之上」（中華人民共和國教育部，2001，頁1-2）。數學新課程的課程目標不僅包括知識技能目標，還包括過程性目標，強調學生已有的生活經驗和學生在學習過程的體驗。上述新理念的提

出，標誌着中國內地數學課程的理念從注重「雙基」（基礎知識與基本技能）走向注重建構。

內地數學新課程的效果與爭論

教育部先後於 2001 年、2003 年、2004 年、2006 年四次組織力量對課程實施的工作進行調研評估。新課程改革實施初期的調查結果顯示，在對新課程與教科書的適應、教學觀念與教學行為、教學評鑒、學生學習方式等方面，新課程改革實驗都取得了顯著的成效，但亦存在着許多問題，比如城鄉實驗效果差異顯著、小學與初中實驗效果差異顯著、課程資源建設亟待加強等問題（馬雲鵬、唐麗芳，2004）。馬雲鵬（2009）認為這次課程改革，「開始階段實施的速度比較慢，國家級和第一批省級實驗區的數量不多，在組織管理，實驗設計，培訓指導等方面可以做較為細緻的工作。並且先期進入實驗的地區，多數為自願申請，有比較好的條件和準備」（頁 165）。隨着新課程改革的推進，原先計劃十年逐步推廣至全國的課程改革，由於種種原因縮短至五年，2003 年開始在較大範圍進行實驗推廣，2005 年全部起始年級都進入實驗。在短時間內進入改革實驗的學校和教師數量暴增，以至教師培訓跟不上，教科書編寫匆忙，其他問題亦愈發浮現。

儘管內地數學新課程取得了一定成績，但新課程從開始策劃時就有不少反對聲音，先有伍鴻熙（加州數學戰爭的核心人物）及項武義（旅美華裔數學家，曾於 1980 年代回國發展實驗教科書）等之猛烈批評。到 2004 至 2005 年，爭論達到了白熱化的程度，以中國科學院院士、北京大學教授姜伯駒為代表的數學家，在 2005 年全國人民代表大會和政協會議上，向教育部質詢，要求立即停止推行新的數學課程標準（姜伯駒，2005a）。有人稱這場爭論為「中國數學教育大論戰」。

在「論戰」中，新課程的理論基礎以及學科和育人的關係是這次爭論的兩個主要焦點。

爭論焦點一：理論基礎

儘管有人否定建構主義在教育改革中的適切性（滕飛、趙瓊，2005），建構主義思想還是因為新課程的開展一時間成為學者們談論的焦點。鍾啟泉、崔允潔、張華（2001）在《〈基礎教育課程改革綱要（試行）〉解讀》中提出，統整的建構主義是研究和實施素質教育的重要理論依據。但靳玉樂、艾興（2005）認為新課程的理論基礎含糊不清，提出馬克思個人全面發展的學說才是這次改革不可動搖的理論基礎。不過馬福迎（2005）、高天明（2005）等卻認為不能空泛地搬用馬克思的認識論。劉培濤（2005）綜合了雙方的觀點，認為既要堅持馬克思主義全面發展學說，又要吸收其他如建構主義、多元智能理論等思想的優秀成果，做到積極揚棄，才能促進學生全面發展。與此同時，何克抗（2005）認為針對我國教育領域存在的主要矛盾（多知識應用型人才，而少創新型人才）以及國情，提倡建構主義還是必要的。

爭論焦點二：學科與育人

關於學科和育人的關係，在內地有著名的「王鍾之爭」（江峰，2006）。王策三（2004）批評最近的教育「輕視學科知識，輕視書本知識，強調個人中心，生活經驗。以學生為中心，弱化教師作用。主張探究、發現，貶低講授啟發」。鍾啟泉、有寶華（2004）則反駁說，在大眾教育的今天，培養學生的能力才是第一位。再者，知識是學不完的，有了能力，學生就能自行攝取知識。這與西方「學會學習」的想法同出一轍。章建躍（2005）針對數學課程改革中出現的一些偏激理念或做法，提出要釐清「基礎與創新」、「數學知識、數學能力及數學素養」之

間的關係，不能忽視「雙基」，也不能與「素質」對立起來（「能力」與「知識」亦然）。他認為「雙基」對學生的終身發展極其重要，從打基礎的過程中可以培養創造力。數學知識和數學能力構成了數學素養的重要成分，沒有數學知識的人不可能有數學能力。姜伯駒（2005b）亦認為「重視雙基」是我國數學教育的優良傳統。

關於數學課程的爭論還表現在對數學新課程的實施過程、實施策略和實施效果方面。比如，章建躍（2005）認為由於數學的學科體系具有嚴格的邏輯順序，因此數學的學習必須遵循嚴格的進程，有些內容雖然非常傳統，而且有一定的學習難度，但卻是一切後續學習的基石，也是發展學生數學能力不可替代的載體，這樣的內容不能捨棄（例如平面幾何）；數學知識（包括數學思想方法）是可以傳授的，學校的學習要以接受式學習為主。曹一鳴（2005）總結了來自前線數學教師、數學教育研究人員以及數學家對課程標準的各種不同意見，其中包括數學教科書中的「數學化與生活化」的矛盾等。

以上爭論其實基於知識與能力、學科與育人的割裂觀，認為兩者水火不容，看不到其中相輔相成的可能性。

內地數學新課程的新進展

針對上述爭議和討論，教育部從 2005 年開始重新審視並修訂課程標準，總結大眾對《數學課程標準（實驗稿）》（下稱《課標（實驗稿）》）的意見和期望。

2007 年 12 月數學課程標準修訂稿業已完成，修改稿初稿亦已向全國 30 多位專家、學者、一線教師，以及中科院院士和一些數學家徵求意見，雖然修改稿尚未正式出版，但其基本思想已得到廣泛認同，甚至部分地區已組織學習

《數學課程標準（修訂稿）》（下稱《課標（修訂稿）》）。《課標（修訂稿）》不單更清晰地界定了數學、數學教育等概念的內涵，還將中國傳統數學教育注重「雙基」的基本目標擴展為「四基」，特別提出了基本思想和基本活動經驗兩個對培養學生創造性思維和實踐能力非常重要的目標（史寧中、柳海民，2007）。這其實又是「知識—能力」的問題，舊「雙基」可謂側重知識，新「四基」則較重能力。下面是《課標（修訂稿）》的幾處重要變動（中華人民共和國教育部，2009；義務教育數學課程標準修訂組，2007）²：

1. 關於數學是甚麼。數學的定義與現行《課標（實驗稿）》不同，由「數學是人們對客觀世界定性把握和定量刻畫、逐漸抽象概況、形成方法和理論，並進行廣泛應用的過程」回到早期的「數學是研究數量關係和空間形式的科學」。數學恢復了它本質的定義，數學還是原來的數學。
2. 關於基本理念。2001年課標的「基本理念」是「人人學有價值的數學，人人都能獲得必需的數學，不同的人人在數學上有不同的發展」，而《課標（修訂稿）》改為「人人都能獲得良好的數學教育，不同的人人在數學上獲得不同的發展」，提倡每一個人都能獲得良好的數學教育。
3. 關於教學活動。《課標（修訂稿）》提出「是師生共同參與、交往互動的過程。有效的數學教學活動是教師教與學生學的統一，學生是數學學習的主體，教師是數學學習的組織者與引導者」。這進一步確立了數學教學活動是教與學的統一，並提出要培養學生良好的學習習慣。
4. 關於學習方式。《課標（實驗稿）》提倡自主探究與合作交流的學習方式，《課標（修訂稿）》則提出「學生學習應當是一個生動活潑的、主動的和富有個性的過

程，除接受學習外，動手實踐、自主探索與合作交流是學生學習數學的重要方式……」，並進一步解釋應注重啟發式和探究式教學，接受式亦是一種學習方式。

從上面的修改來看，新課程的基本理念雖然並沒有把舊的推倒重來，但修正了一些偏向於建構主義的想法，同時兼容一些明顯的傳統觀念。這是一個路向上的調整，當中開始意識到要保持中國傳統數學教育的優勢（比如基礎知識和基本技能、接受學習、知識的系統性等），同時亦更清楚地提出了應該培養和發展的地方，比如合情推理和注重活動經驗等。而對數學基本思想的重視，可說是數學家參與這次課程標準修訂最大的成果。但隨着新課程改革的深入發展，考試與評鑒改革愈來愈成為限制課程實施的重要因素，甚至有人說「高考不改，課改難行」。2009年內地教育部還鼓勵高校教師積極申報「全國教育科學規劃教育考試科學研究」專項課題，課題指南中提出了三大研究方向：制度與政策研究，測量、評價理論與命題技術，考試實施與管理手段等。由此可見，內地對考試改革的重視達到了前所未有的程度。

香港數學課程改革

香港數學課程改革的進程

隨着 20 世紀 60 年代以英、美為首的「新數學運動」的展開，香港的中學數學亦於 1964 年引進了新數學。70 年代末，西方新數學惹來種種爭議，最後「回到基本」。香港亦在一輪調整後於 1985 年公布統一課程綱要（黃毅英、黃家樂，2001）。至於小學方面，香港於 1967 年把原有的算術課程擴展到數學課程，並引入英國「納菲爾特」等「以兒童為中心」的教學理念。1973 年，由於十進制的推行可以減省繁複的兌換計算，於是進一步強化這些「動中學」的理念。經過經年累月的實踐經驗，最終形成了 1983 年的

版本。當中對每個課題提出的教學建議，明顯指向「以兒童為中心」的教學理念（鄧國俊、黃毅英、霍秉坤、顏明仁、黃家樂，2007）。

為處理普及教育所衍生的種種問題，教育統籌委員會於1990年發表了《教育統籌委員會第四號報告書》，當中提出「學習目標及有關的評估」，及後發展成TOC。1995年的《目標為本課程：數學科學習綱要》（香港課程發展議會，1995）是以1983年的課程綱要為基礎，參照「目標為本課程架構」編成。綱要的內容與1983年的課程差異不大，只是調動了某些課題的次序，並介紹如何評估學生及有關的指標等，但其主調實為將課程評準化（standardization）。這種評準化至今仍是世界上不少地區的一個浪潮（Robson & Latiolais, 2000; Senk & Thompson, 2003）。

在數學界對TOC未達成共識的情況下，數學科目標為本課程在1996年開展，引起了極大反響。其中的批評包括配套不足，教師沒有適當培訓（林智中，1996）；不應硬要中、英、數各科套進同一框架；教學以產出為本³；及盲目引入生活數學等。反響的顛峰就是一班來自大學從事數學教育的專家，於1996年9月2日的記者招待會及報章上發表了對「數學科『目標為本課程』的看法和建議」。他們認為，當務之急是檢討現有數學課程，探討如何按現有課程加強探究、傳意、推理、建立與問題解決等能力的培養，並促請當局於數學課程的發展與改革中放棄「目標為本課程」的框架（馮振業，1997）。

在一片反對和呼籲聲中，1997年7月，有關方面作出了正面回應，成立了一個直屬於課程發展議會的課程發展議會全面檢討數學課程專責委員會，全面檢討及研究小學至預科的數學課程，並就未來路向提出建議。專責委員會於

1998年分別委託了香港大學及香港中文大學進行兩項研究，即《亞洲及西方各主要國家及地區的數學課程比較研究》（梁貫成、林智中、莫雅慈、黃家鳴、黃毅英，1999）和《各界人士對數學課程觀感的分析》（黃毅英、梁貫成、林智中、莫雅慈、黃家鳴，1999），並在1999年底向課程發展議會提出建議（全面檢討數學課程專責委員會，2000）。專責委員會的成立無疑標誌着教育署對全面檢討數學課程的重視，並確認了數學教育界對需要全面檢討的肯定。大家開始意識到，無論數學科以外有甚麼宏觀的政策，數學課程都應該按照特定的需要作出改進（黃毅英，2000）。

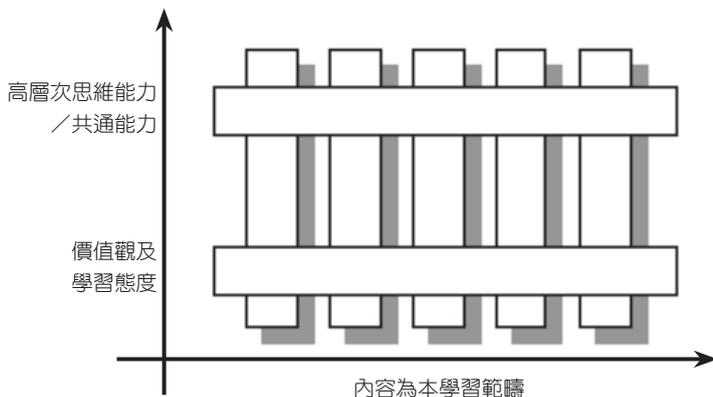
參考了上述報告的建議，香港課程發展議會開始對中、小學數學課程進行修訂，其中包括《中學課程綱要：數學科（中一至中五）》（香港課程發展議會，1999）、《數學教育學習領域：數學課程指引（小一至小六）》（香港課程發展議會，2000）及《數學教育學習領域：附加數學課程指引（中四至中五）》（香港課程發展議會，2001a）。當中可看到教育統籌局首席數學科課程發展主任的幾篇介紹性文章（李柏良，2004；關兆錦，2000；Kwan, 2003）。

香港數學新課程於2002年9月開始在小學一年級實施。2002年公布的《數學教育學習領域：數學課程指引（小一至中三）》提出，數學課程的宗旨是：使學生能夠在這個科技與資訊發達的社會從容的應付日後在升學、工作或日常生活方面對數學的需求，並對終身學習有充足的準備（香港課程發展議會，2002）。全面檢討的成果奠定了透過科研及協商共識去發展課程。所衍生的課程初步理順了中、小學課程的不銜接，糾正了過往中、小學個別發展的問題，亦為數學課程中「結果」與「過程」的關係作出清楚的定位。此外，亦對長久以來高中總共六科數學課程間不明確的關係定下了理順的方向。

數學課程改革在全面檢討之後得到了廣泛的共識。然而，在逐步落實課程之際，教育統籌會委員會於 1999 年推行宏觀的教育改革，於是教育界再起波瀾（黃毅英，2004）。當時香港回歸祖國後不久，社會普遍存在可重新當家作主的憧憬，在教育領域方面，不少人希望脫離過往殖民地教育受英、美牽着鼻子走的狀況（究竟香港教育是否真的緊跟英國又是另一種討論，可見陸鴻基，2003；鄧國俊等，2006；Wong, Han, & Lee, 2004）。教育改革涉及的範圍甚廣，包括學制、課程、學習取向、評估機制等等，而將企業管理的理念引進教育界令教師疲於奔命，於是帶來不少反對聲音。最有組織的應算是以香港中文大學教育學院的一些教員及部分中、小學教師組織的「姨媽姑爹」團隊，他們在網站上發表文章，先後發表了〈香港教育：真問題與假改革〉，〈不要全面監視孩子，不要「美麗新世界」〉及〈玩吓都要受監察？！〉等聲明，期間亦舉辦過研討會，並把文章結集成書（蔡寶瓊、黃家鳴，2002）。在數學教育方面，黃毅英從 1996 年開始每四年對香港數學教育進行一次非官方的檢討（黃毅英，1997a，2000，2004）。香港數學教育學會亦舉辦了不少研討會，討論數學課程改革的問題，並於 2003 年出版了《學會學習：數學課程改革評析》（鄧幹明、曾倫尊，2003）一書，書中總結了數學教育界對整個香港數學課程改革（自 TOC 至教育改革以來）的回應。例如，黃毅英便指出跨學科的教育改革，正壟斷着數學課程全面檢討的共識。黃毅英亦在 2004 年的檢討中指出，這次課程改革所提出的「學會學習」理念以及閱讀、德育、專題研習、資訊科技四個關鍵項目，只是倒果為因，以宏觀教育改革扼殺學科發展，且因推行建構式學習而忽視了基本功的訓練。對於數學課程本身，新課題未能完全融合固有課題的脈絡，內容與能力未能完全融合（黃毅英，2002，2004）。

在香港，「p 與 p」之間的關係仍是一個討論焦點。從早期 TOC 的爭議中，《數學科學習目標（初稿）》已對「p 與 p」的關係表述了數學學習性質的定位，提出「學習數學將會包括兩個主要部分，即數學的認知學習過程及內容，而學生在整個學習範疇中便是要去鑒別及經驗這兩者的相互關係」（香港課程發展議會，1992，頁 10）。這個基本想法在全面檢討數學課程時再次得到肯定，而《數學教育學習領域：數學課程指引》關於內容與高層次思維能力之間的關係圖，就是根據《數學課程全面檢討報告》發展而來（圖一）。李柏良（2004）認為，香港的中學數學課程強調在教授學生解決數學問題的能力、數學基本知識、數學內容和計算技巧等各方面之間要取得平衡。但黃毅英（1995）認為，只是在「p 與 p」之間找個平衡，未夠深刻，含有妥協的意味，未有善用基本功作為發展高層次思維能力的基礎（見背景部分有關過程與結果的討論）。

圖一：學習元素關係圖



資料來源：香港課程發展議會（2002，頁 25）。

新的教育改革及跨學科課程改革強調「共通能力」、「學會學習」（香港課程發展議會，2001b）、高層次思維能力，並把通識科定為新高中課程必修必考的核心科目，這就牽動了如上所述數學科以外的「p 與 p」的矛盾，即是「學科」還是「育人」。黃毅英（2002）指出，「學科與課程的關係在《學會學習》中其實是改變了。在這框架裏，堅稱學科自主其實是一種很傳統守舊的課程觀與學習觀。情況再不是教授各學科的同時要兼顧內功，而內功才是最後心法，是比學科更高一層的層次。學科只是一種陪襯」（頁 197）。

這又與日本「數學戰爭」有相似之處：當地要騰出 30% 的教時作綜合學習（Yoshikawa, 2009），各學科的教時給擠壓了，內容就無可避免減少了。香港新推行的通識科亦會有削減其他學科（包括數學科）課程內容的情況。

爭論焦點二：框架霸權

鄭毓信（2002）指出，「由於〔中國〕教育的規範性是一個長期的傳統，因此教育的各個層面都可以看到『一層卡一層』的消極局面」（頁 49），然而規範性課程不一定是必然的常態，在西方不少地區就不一定有統一的「國家課程」。香港在早期亦出現多樣的數學課程（黃毅英、黃家樂，2001），而當課程發展委員會於 20 世紀 70 年代成立時，雖然由於種種原因，各科均擬定了單一統一課程，但科目與科目之間仍有其自由空間。當時教育司署課程主任就向數學科發展人員提出，各科的特性不是上層委員會（一般性的課程發展委員會）所能知曉，只須要求課程文件的封面統一就好了（鄧國俊等，2006）。香港於 1992 年提出「學習目標及有關的評估」（後發展為 TOC）時，便要求將中、英、數三科課程文件轉化為達成指標（這才能推行目標為本的評估），並要求將原有課程擬合到一個

跨學科的統一課程框架（所謂課程評準化）（黃毅英，1997b）。姑勿論大家是否同意將各科課程統一地規範化和格式化，如果必須這樣做，我們反而要問，這個舉動會否窒礙學科自身的課程發展。全面檢討提出了「兩條腿走路」的方案，即一方面將數學課程擬合到「目標為本課程」，另一方面進行數學科內部的課程改革，最後得出了1999年與2000年的中、小學數學新課程（見黃毅英，2000）。當中所爭取的，就是不要讓大框架的課程改革對數學科本身的課程發展帶來桎梏。

爭論焦點三：表現主義帶來的「忙」

香港沒有數學家、數學教育家、教師、家長等之「戰爭」，但除了學科與跨學科（包括通識科）之間的拉力外（見黃毅英、梁玉麟、鄧國俊、陳心，2009），問題卻表現在教師耗盡等環節上，整個教育隊伍變成無事忙。由於要符合「質素保證」而用企業思維去管理教育，架床疊屋，加添了不少匯報、監控（如基準、自評、外評）等機制，徒令教師工作百上加斤。工作多了，時間少了，工作肯定做得不好，質素由是下降。於是「為免質素下降而要進行質素保證監察」變成了「自我應驗預言」：過多的質素保證措施反而成為質素下降的主因（黃毅英，2004）！

香港於2005年發生了三宗教師自殺事件。2006年初，香港教師對教育改革表達強烈反響，超過五千名教師舉行集會，對教育改革帶來的工作壓力作出控訴。不過，這些不滿集中在實施策略（如校外評審、關閉收生不足學校等）上的改革，卻少有針對課程改革措施本身，而針對數學課程者更少。

香港數學新課程的進展

隨着新學制的推行，香港於2007年頒布《數學教育學

習領域：數學課程及評估指引（中四至中六）》（課程發展議會與香港考試及評核局，2007），高中三年制於2009年9月實行。該指引強調高中課程與初中課程及中學生畢業後的出路銜接。為了貫徹文（科）理（科）不分家的想法，新高中所有學生基本上均修讀同一科的新高中數學必修部分，此外亦設置了兩個延伸部分（但不可同時選修）。過往先在高中分文、理組，預科再有四個選擇的安排的確有其弊端，但新學制對於處理學習差異卻欠缺彈性，必修必考的通識科又正擠壓着其他學科（包括數學科）的教時，再加上新高中數學課程不如之前全面檢討般得到廣泛共識，如此種種均帶來不少爭議。

台灣、內地、香港數學課程改革比較

通過前述對兩岸三地數學課程改革進程、爭論和進展的介紹，研究者將三地數學課程改革情況分緣由、理念、實施策略、實施成效四部分一一對比。

台灣、內地、香港數學課程改革緣由比較

三地數學課程改革緣由的共同之處：

培養能力和普及教育

我們首先分析了兩岸三地這次數學課程改革之前使用的教科書版本、問題、理念及課程改革的大氣候，並列於表一。

推動兩岸三地課程改革的動力，有很多相似之處。在全球化的過程中，各地官員以及各界人士都感受到傳統課程的局限，改革勢將來臨，甚至到了非改不可的地步，再加上「千禧新世代」這個象徵符號，社會瀰漫着破舊立新的氣氛。1996年，台灣《天下雜誌》中〈搶劫教育〉一文就有以下意見：

表一：台灣、內地、香港數學課程改革緣由比較

	台灣 1993 年	內地 2001 年	香港 2000 年
針對的傳統版本	• 1975 年版本	• 1992 年版本	• 1995 年目標為本數學課程（內容與 1983 年同），剛進行全面檢討，未完全落實
傳統課程的問題	• 學生被動學習，知識與實踐脫離	• 難、繁、偏、舊，死記硬背	• 未足夠體現高層次思維能力、TOC 課程遭遇阻力
課程改革前的理念	• 知識是不變的真理	• 強調基礎知識和基本技能	• 強調計算能力、基本知識、基本技巧
經濟及政治背景	• 解除戒嚴令，逆轉「威權時期」的教育壟斷	• 普及教育面對全民；市場經濟，加入世界貿易組織，需要創新人才	• 回歸後希望重新規劃教育，傾向脫離原有軌迹、推倒重來

世紀的戰鼓已響，學習革命的激流轟然來襲——全世界的焦點、全世界的關注，全部放到了「人」身上。腦力即將決勝未來，科技爭鋒超越時空，一場人才、教育、競爭力的跨國界競賽，深深牽動台灣的未來（轉引自方德隆，1999，頁 223）。

可見，人才的培養對於各國的發展都有着不可忽視的作用，而普及教育的需要則是另一個引發三地數學課程改革的動因。

隨着社會的發展、科技的進步，大眾對教育的期望愈來愈高，對考試主導、灌輸成風的學習模式感到不滿。香港的教育就以「拆牆鬆綁」作為口號，期待課程改革能照顧所

有學生的需要。中國內地亦有類似看法，在數學課程標準中提出「人人學有價值的數學，人人都能獲得必需的數學，不同的人在數學上有不同的發展」。蔡金甫（2009）在訪談中亦發現台灣 1993 年數學課程改革的初衷非常單純，只是想解決「教室中的客人」現象，亦即是協助所有學生參與課堂活動，重拾學習意願。

三地數學課程改革緣由的不同之處：政治及經濟因素

雖然三地改革有這麼多相似之處，但是在力度上卻有差異。究其原因，與各自的政治、經濟因素關係密切。

台灣引進「建構式數學」有很多原因，除了因 1975 年的版本內容太多，建構主義思想在國際數學教育界得到重視（Tam, in press）之外，政治因素亦是台灣這次課程改革的重要影響因素。在 20 世紀 90 年代初台灣解除戒嚴（所謂終止「動員戡亂時期」）後，不少人對執政多年的國民黨持負面態度，認為要通過教育改革來打造新台灣。他們把當時運行多年的教育制度及課程視為保守勢力，必須推倒。隨着戒嚴解除，亦衍生一連串新的措施，包括開放民辦教科書及得諾貝爾獎得主李遠哲返台主持教育改革，令各界對改革抱有很大期望。在這樣的政治氣候下，台灣的課程改革是急進的，對以前的課程持全面否定的做法。

相對來說，香港的課程改革力度並沒有台灣的猛烈，官方的說法是，要在現有基礎上作出改革，而非全面推倒。事實上，在數學課程上，香港一直受西方影響，因此從 60 年代開始，已在數學課程中引入新元素，包括已開始提倡「以兒童為中心」等理念。香港回歸祖國後，脫離殖民地統治，不少熱心人士感到可以自己當家作主，憧憬建立一套自己的教育路向，破舊立新的意欲非常強烈，想作全盤更新。其實，英國過往並沒有把其教育體系及課程內容硬銷給香港

（鄧國俊等，2006），太過刻意脫離原有軌迹反而帶來了不少推行上的問題。

內地於1978年開始改革開放，1992年開始實行市場經濟，國民生產總值穩速增長，2001年更加入了世界貿易組織。新的經濟體制需要有相應的教育體制作為保障，以提供創新型的人才，促進內地各方面的發展。而這次基礎教育課程改革從課程目標、課程結構、課程標準、教學過程、教科書發展、考試變革等多方面，都在試圖滿足國家經濟發展的需求（Feng, 2006）。

台灣、內地、香港數學新課程的理念比較

三地數學課程改革理念的共同之處：

採用建構主義學習理論

三地數學課程的另一共同點是採用建構主義的學習理論，表二列出了三地在文件中提到「建構」或「建構主義」的地方。

如上所述，建構式學習有不同的體現，包括動手探索、提問、討論、課堂互動等，故此除了在文件中出現建構這個字眼外，亦有很多其他的建構式學習元素。

三地數學課程改革理念的不同之處：

對建構主義理念的重視程度

雖然三地都提倡建構主義的理念，但它們對建構主義理念的重視程度又有所不同。

台灣：明確突顯建構主義

台灣建構式數學課程將數學視為社會共同建構的知識，數學知識的真偽有賴於理性的共識，而共識的達成有賴於理

表二：台灣、內地、香港數學課程實施理念及做法比較

	台灣	內地	香港
課改時間	<ul style="list-style-type: none"> • 1993 年 	<ul style="list-style-type: none"> • 2001 年 	<ul style="list-style-type: none"> • 2000 年
新課程提倡的基本理念	<ul style="list-style-type: none"> • 建構式數學 	<ul style="list-style-type: none"> • 強調學生的知識經驗、關注學習的過程，提高學生解決問題的能力，並注重培養學生的情感、態度和價值觀 	<ul style="list-style-type: none"> • 強調數學在日常生活中的應用、基礎數學知識的獲取、數學技巧的掌握、思維能力的發展、共通能力的培養、正面價值觀和態度的建立等。同時重視計算結果與計算過程，以及學習內容及學習過程
文件中明顯體現建構主義理念的地方	<ul style="list-style-type: none"> • 標準中有兩處提及「建構」一詞。一在教育目標中：「養成主動地從自己的經驗中，建構與理解數學的概念」； • 其次在教學實施要點中：「教學的概念與技能，必須由兒童自行建構，無法由教師灌輸而獲得，因此數學的教學應提供兒童觀察、操作、思考、討論的機會」 	<ul style="list-style-type: none"> • 學生的數學學習內容，應當是現實的、有意義的、富有挑戰性的； • 數學學習方式，不能單純依賴模仿與記憶，動手實踐、自主探索與合作交流是學生學習數學的重要方式； • 數學教學活動必須建立在學生的認知發展水平和已有的知識經驗基礎之上； • 在評價內容上，既關注學生學習的結果（知識、技能），更關注他們的學習過程（學法、情感與態度） 	<ul style="list-style-type: none"> • 小學數學課程指引（香港課程發展議會，2000）中提到，「本課程採用螺旋式編排，讓學生把新知識建構於已有的知識和經驗上，並引導他們把相關的知識聯繫起來」； • 中學數學課程指引（香港課程發展議會，1999）中亦有類似的描述； • 2002 年《數學教育學習領域：數學課程指引（小一至中三）》將數學課程和教育改革放在一起。數學課程綱要內容沒有任何變化

性的討論。知識的有效性是建立在相互的主觀，而不是在絕對的客觀或絕對的主觀上。知識是經過人類討論或辯解後所獲得的共識，它是合作活動的產物。它的主要精神是落實「以兒童為本位」，「培養兒童的群體解題文化」等（竇自強，1993a）。新課程標準並未明訂要使用哪一種教學法，但從台灣教育部審定的六個版本教科書均強調「建構式數學」來看，台灣的小學數學已進入了「建構時代」。

中國內地：從「雙基」走向建構主義

內地數學課程改革提出「人人學有價值的數學，人人都能獲得必需的數學，不同的人數學上有不同的發展」等大眾數學理念，認為「動手實踐、自主探索與合作交流是學生學習數學的重要方式」，「數學教學活動必須建立在學生的認知發展水平和已有的知識經驗基礎之上」。數學新課程的課程目標不僅包括知識技能目標，還包括過程性目標，強調學生已有的生活經驗和學生在學習過程的體驗，標誌着中國內地數學課程的理念從「雙基」走向建構主義。這對中國內地的數學課程來說，具有某種「革命」的意味。

香港：傾向於建構主義

香港數學新課程於2002年9月開始在小學一年級實施。2002年公布的《數學教育學習領域：數學課程指引（小一至中三）》中提出，數學課程的宗旨是：使學生能夠在這個科技與資訊發達的社會從容的應付日後在升學、工作或日常生活方面對數學的需求，並對終身學習有充足的準備（香港課程發展議會，2002）。

香港在數學新課程中亦提到了「建構」一詞，但是香港1967年的數學課程已經引入了「以兒童為中心」的理念，其中也強調讓兒童探索、動手、發現、主動學習（鄧

國俊等，2007)。雖然當時並未見有多大成效，但是這與新課程提倡的建構主義思想極為相似，長時間的習染，使得原本生澀的理念變得熟悉。香港的數學新課程雖未有突顯建構主義，但從脈絡發展來說，還是傾向於建構主義的。

台灣、內地、香港數學新課程的實施策略比較

三地數學課程改革實施策略的共同之處：自上而下

三地數學課程改革的推廣方式均是自上而下，執政者都希望看到課程改革的成效，因此又加速了課程改革的速度。表三列出了三地改革策略的情況。

三地數學課程改革實施策略的不同之處： 具體的實施策略

為了保證數學課程順利進行，三地均有一些具體的實施建議。

台灣的實施策略

台灣在建構式數學課程中強調小組合作、問題解決、學生交流等理念，教科書更加生動，顏色又更加鮮艷，使用漫畫來引入需要學習的數學概念（Tam, in press）。但「建構式數學」的教科書問題最大，例如教科書編寫過於形式化，提供的演練相當繁瑣，不提倡背誦九九乘法表，四則運算局限於三位數等等（翁秉仁，2003）。然而，教科書所引發的問題卻是由於缺少試用和教師培訓不到位所致。部編版僅在一、二年級有培訓，到了三、四年級就因為要實行九年一貫及民間版出版商的壓力，就停止了試用。民間出版的教科書則由於時間倉促以及資金問題，根本沒有試用，這不僅導致教科書質量下降，更令教師對「建構式數學」的理念與實踐一知半解，很多教師以為只要討論，讓學生發表意見就是「建構」，卻不知道「放了以後還要收」

表三：台灣、內地、香港數學課程實施策略比較

	台灣 1993 年	內地 2001 年	香港 2000 年
如何實施上述理念 教科書方面	<ul style="list-style-type: none"> 教科書編寫方面延後傳統的直式算則和傳統解題策略的討論；並不嚴格規範解題方式，學童有相當大的空間 	<ul style="list-style-type: none"> 情境多，數學內容少；計算的練習題少；解決問題的開放性大，教科書配套資源不足 	<ul style="list-style-type: none"> 中學教科書普遍較側重培養學生的數學「知識」及「常規運算」技巧；課程教學亦大多着重向全班介紹、講解和探討課題內容；課堂練習則集中於常規的解題方法
軟件方面	<ul style="list-style-type: none"> 強調問題解決，學生體驗 	<ul style="list-style-type: none"> 注重活動、小組合作和檔案袋評鑒 	<ul style="list-style-type: none"> 高科技的引入，數學史、數學專題研習
其他配套的政策及措施	<ul style="list-style-type: none"> 開發民間業者出版數學教科書 	<ul style="list-style-type: none"> 三級課程管理、校本課程開發、綜合實踐活動等 	<ul style="list-style-type: none"> 校內評核、系統性評估，學制改革，4 + X（4 指中、英、數、通識）等
推廣方式	<ul style="list-style-type: none"> 自上而下，由起始年級全面展開 	<ul style="list-style-type: none"> 自上而下，由國家級至省級實驗區，五年時間在起始年級全面展開 	<ul style="list-style-type: none"> 自上而下，但吸收了全面檢討的一些構思，還有研討會、工作坊、培訓班等

（蔡金甫，2009，頁 101）。因此，1993 年修訂數學新課程時成員的美好理想亦付諸流水，到頭來只換來了更多的反對與控訴。

內地的實施策略

內地針對教學、評鑒和教科書編寫、課程資源利用與開發提出了建議，以保證課程順利推行。在教學方面主要表現為，強調具體的生活情境，鼓勵學生自主探索、合作交流，提高學生提出問題、解決問題的能力；在評鑒方面表現為，強調對學習過程的評鑒和評鑒方式的多樣化；在教科書編寫方面則表現為，強調聯繫學生生活，為學生提供思考和交流的空間，呈現方式要比較豐富，重視數學背景知識等（中華人民共和國教育部，2001）。

香港的實施策略

香港的數學新課程提倡教師在教學時採用不同的教學方式，可以講解、討論、練習，又可以有實踐活動、解決問題活動和探究活動，要盡量令學生有機會自己探索和發現。同時，亦重視學生學習的過程，照顧學生的學習差異，在設計教學材料時要考慮到不同水平學生的需要，比較注重培養學生的自學能力（香港課程發展議會，2000）。

霍秉坤、顏明仁、鄧國俊、黃毅英、黃家樂（2009）分析香港小學數學課程 20 世紀 40 至 80 年代的文件，指出香港過往的數學課程發展雖然由教育部門「監控」，但亦採取「漸進發展」的課程發展模式，因應時勢，有序地推行數學課程改革，而且以吸納政治的技巧，利用大眾傳媒，製造輿論（亦見林智中、張爽，2006），引人民間力量和聲音，着重與教師團體的互動。此外，亦透過華人一向着重的評估方式「曲徑地」影響教學，基本能力測驗和系統性評估便是當中的一些手段（黃毅英、林智中、陳美恩，待

刊)。無論如何，雖然香港的課程改革由政府發展，改革亦是由上而下，但對於數學課程卻沒有引來太大的反對聲音。比較大的意見在於新高中數學較前缺乏課程分殊，將來大學理科生的數學基礎可能較前薄弱；與此同時，非學術取向的學生又「被迫」學習三年數學。最大的意見反而是在數學科以外，通識科的設立把其他學科擠壓了。

台灣、內地、香港數學新課程的實施成效比較

三地實施數學課程改革之後，均有不同程度的反響，其中以台灣的反響最為強烈。我們先將成效總結於表四。

台灣：回到基本

由於台灣實施建構式數學後，學生在初中段考的成績有所下降，這引起了台灣社會對建構式數學的激烈爭論。家長、學者紛紛質疑建構式數學的合理性，薛承泰（2003）就以「前期破舊有功，後期建樹無方」來形容台灣的教育改革（頁 89），不少教師和學者更以「亂象已生」來描述台灣的課程改革。儘管一些研究結果顯示，建構式數學的學生並不比接受傳統教學的學生差，但台灣教育部還是迫於壓力，不得不在 2003 年喊停「建構式數學」。2001 年開始實施的九年一貫課程《暫綱》中還保留了大部分建構式數學的成分，而在修訂《暫綱》的過程中，由於數學家的參與和公眾的反對意見，《正綱》和《暫綱》有較大差別，鍾靜（2004）認為台灣的數學課程改革從鐘擺的一端又擺到了另一端。

內地：理性的回歸

儘管內地新課程取得了一定的成績，但內地新課程從開始策劃時，就有不少反對聲音，到 2004 至 2005 年，爭論達到了白熱化的程度，有人稱之為「中國數學教育大論

表四：台灣、內地、香港數學課程改革的實施成效比較

	台灣 1993 年	內地 2001 年	香港 2000 年
爭論焦點	<ul style="list-style-type: none"> 效果與做法 	<ul style="list-style-type: none"> 理論基礎，知識與能力，城鄉差異 	<ul style="list-style-type: none"> 學科與跨學科之間的討論
爭論雙方	<ul style="list-style-type: none"> 數學家、數學教育家 	<ul style="list-style-type: none"> 數學家、數學教育家 	<ul style="list-style-type: none"> 上層的教育改革者、數學教育專家
課程實施總體效果	<ul style="list-style-type: none"> 段考成績下降，計算能力和速度普遍下降 	<ul style="list-style-type: none"> 課堂活躍了，學生提問的機會增多，但解決問題能力似乎未有明顯提升 	<ul style="list-style-type: none"> 內容與能力沒有完全融合，為了高科技而高科技，為了專題研習而專題研習
課程實施評鑒方式	<ul style="list-style-type: none"> 實證研究和比較（官方和民間） 	<ul style="list-style-type: none"> 全國範圍的調查評估（官方） 	<ul style="list-style-type: none"> 實證調研、非官方（民間）檢討
影響課程改革實施的重要事件	<ul style="list-style-type: none"> 九年一貫課程 	<ul style="list-style-type: none"> 想快速見成效 	<ul style="list-style-type: none"> 教育改革
此次數學課程改革的結果	<ul style="list-style-type: none"> 2003 年取消建構式數學，開始九年一貫課程 	<ul style="list-style-type: none"> 2005 修訂數學課程標準，2007 年 12 月修訂完。尚未正式出版 	<ul style="list-style-type: none"> 繼續，但較具爭議的校內評核暫時擱置
變化的理念	<ul style="list-style-type: none"> 重視的是觀念和演算，及學生的數學經驗（或數學感覺）的培養。強調統整、經驗 	<ul style="list-style-type: none"> 重視數學思想，認可接受學習 	<ul style="list-style-type: none"> 無變化
數學課程改革目前進展	<ul style="list-style-type: none"> 準備十二年一貫的課程綱要（將高中和高職與九年一貫連接） 	<ul style="list-style-type: none"> 高中已開始實施數學新課程 	<ul style="list-style-type: none"> 2009 年三年高中學制開始實施，高中八門課程變為 4 + X 或 4 + 2X，數學為 4 中之一
尚存問題	<ul style="list-style-type: none"> 數學科課時不足等 	<ul style="list-style-type: none"> 評鑒和考試改革成為課程改革的主要瓶頸 	<ul style="list-style-type: none"> 學科與通識學習的關係如何定位

戰」。在「論戰」中，新課程的理論基礎和過程與結果的關係是爭論的兩個主要焦點。針對數學課程改革的異議亦不少，姜伯駒等數學家在 2005 年人大、政協兩會期間就提議「立即停止推行新的數學課程標準」。儘管內地並沒有停止推行新課程，卻開始適時地邀請數學家參與數學課程標準的修訂。修訂的課程標準又重提傳統數學課程的「接受學習」、「基礎知識和基本技能」，張奠宙（2008a）認為這正是數學課程改革理性的回歸。然而，新修訂的課程標準至今仍未出版，似乎也在告訴我們這種回歸並非易事。

香港：被淹沒在教育改革的洪流中

香港近年的數學課程改革經歷了幾個階段，由 TOC 到數學課程全面檢討，再到 2000 年的數學新課程，再到宏觀教育改革以及所牽動的新高中數學課程。雖然香港的數學課程改革遵循既有的發展脈絡之時，宏觀的教育改革卻有蓋過數學課程改革之勢，然而在整個發展過程中，數學新課程並未引起太大波瀾。

教育改革中的學制改革把學科由一般八門壓縮到 4 + X 或 4 + 2X（即四科核心科目加一或兩科選修科目），這跟「多元選擇」背道而馳。通識科（又是一門強調跨學科能力的學科）成了必修必考課，課時很多，有壟斷之嫌，但它的成效卻是個未知數。另外，所有學生都學習同樣的數學，不能因材施教。考試方面，取消了過去的中學會考和高級程度會考，合併為一個考試，考試的量少了，但壓力卻大了。而教育改革之後，教師非常忙，要接受培訓，又要接受各樣的質素評鑒，壓力很大，似乎已經沒有更多精力來審視數學課程了。

啓示與結論

轉眼間，這一輪數學課程改革已經走過了差不多十個年

頭，三地課程改革的趨勢有了不同的變化：台灣由原來轟轟烈烈的「建構式數學」開始回歸基本；內地新修訂的課程標準開始重視接受學習，又重提數學基礎知識和基本技能；香港的數學課程改革相對較為平穩，卻也受到了宏觀的教育改革的影響。但無論如何，建構主義思想對三地數學課程改革的影響都是顯而易見的。下文將從建構主義理念及影響新課程實施的因素兩方面，談談三地數學課程改革的啟示。

建構主義理念

不應否定學生自行建構的想法

1994年，上海舉辦了國際數學教育會議（ICMI-China Regional Conference on Mathematics Education），在一個小組討論中，美國小學數學教育專家 Heddens 借助學具（manipulative）闡述建構主義（Heddens, 1994）。在結束前，Heddens 一再強調要讓學生透過學具自我發現數學規律，要點是當學生匯報所發現的結果時，縱使所得出的是一些錯誤的結果，教師都不應插嘴，不用糾正；教師亦不應以權威迫令學生接受正確的知識，而應讓學生日後慢慢發現。Heddens 的「建構主義教學」當場引起華人學者的一陣哄動。其實建構主義有不同的表現，包括極端建構主義和社會建構主義等，而從三地課程改革中所引入的建構主義，並沒有看到學習上有上述的大幅度轉型，所見者還不過是課程化後的建構主義，提出老師由「知識的傳遞者」變為「學習的促進者」。東、西方在這些教育問題上的觀點仍是南轅北轍（見鄧國俊等，2006）。

我們不能否定建構主義及探索、動手的好處。對台灣的建構主義教學方式是否真的如外界所傳如此不堪，不少學者進行過很多調查研究。Tsai（2000）的研究發現，學生對科學的認識論信念更傾向於建構主義的觀點，他們亦更喜歡在建構主義的學習環境中學習，但真實的學習環境並沒有給

他們提供足夠的社會協作和前知識整合的機會。國中小學數學成就評鑒調查結果顯示，接受建構式數學教法的小四學生，測驗平均答對率比十一年前上升約 10%，未接觸建構式數學的國二學生，答對率上升約 8%。主持調查的台灣師範大學教授洪萬生分析，調查顯示建構式數學教法並未如先前外傳批評的，對學生的數學能力造成負面影響（郭怡君，2003）。台北 15 歲的學生在 PISA（學生能力國際評估計劃）2006 中的表現亦極為優異，而這批學生正好是 1996 年接受建構式數學的第一批學生（見蔡金甫，2009）。

丁銳、黃毅英、林智中、馬雲鵬（2009）在對內地的小學數學課堂環境進行研究的過程中發現，跟傳統型課堂中的學生相比，傾向建構型課堂的學生，其學習態度更積極，而且較多採用深層的學習取向，亦有較為開放的數學觀。

有關建構主義課堂環境跟學生學習表現的關係，不少香港的研究亦發現，儘管在建構主義的課堂環境中，學生的考試成績並沒有顯著提高，但學生更喜歡建構主義的課堂環境。亦有研究發現，建構主義課堂環境中的學生傾向於有深層的學習取向，解決問題的能力亦有所提高（Fok & Watkins, 2007; Wong, Watkins & Wong, 2006）。

綜上所述，我們認為建構主義理念本身並沒有錯，但它原本是認識論，並非教學論（劉柏宏，2004），所以在把建構主義理念轉變為建構式教學，再進一步轉化為建構式課程，就會逐漸與「讓學生自行建構知識」這個單純又基本的想法偏離，而且加上無可避免的諸如教科書、考試等機制，學習的原意就一再被扭曲了。

知識與能力不應互相排斥

上面一再提出，我們應積極探討如何優化紮實的基本功訓練，把它變成發展高層次思維能力的基礎。Wong

(2004, 2008) 便借用了中國古代「入法—出法」的傳統學習之路，初步探索了在數學由基本功到高層次思維能力的可能性（黃毅英、林智中、孫旭花，2006；Wong, 2008；亦見 Gardner, 1989; Zhang & Dai, 2004）。

在這次課程改革中，兩岸三地均重視學生能力的培養，但三地對「知識—能力」關係的處理卻大相逕庭。

自 TOC 以來，香港教育界對結果與過程（知識與能力）的關係已有所定位，也就是在學習知識的同時培養能力。這與國際數學與科學趨勢研究（TIMSS）中對知識和能力的關係的定位類似。在 TIMSS 2007 的數學評鑒框架中，數學內容包括：數與代數、幾何與測量、數據；數學能力包括：了解、應用和推理。每一部分的數學內容可以對應不同水平的能力（Mullis et al., 2005）。這幾乎是國際上公認的對知識與能力的關係的看法。因此，儘管香港的教育改革一再遭受學者質疑，但知識與能力的關係卻得到普遍接受。

台灣在九年一貫《正綱》（台灣教育部，2003）中提出，「除了數學知識外，演算能力、抽象能力及推論能力是數學教育的主軸。這三者是連貫而非獨立分開的，也是培養學生數學能力的三個具體面向」。除此之外，演算能力和數學溝通能力則被單獨提出。《正綱》希望通過九年一貫數學學習領域各階段教學目標的實現，培養學生上述的數學能力。九年一貫課程綱要還將能力指標細化，詳細列出五大主題（數與量、幾何、代數、統計與機率、連接）所要達成的一般數學能力的指標。所以，學生學習數學知識的同時，就是在培養他們的數學能力，二者似乎並沒有衝突。但是究竟如何培養學生的態度和能力，卻無法從《正綱》的能力指標細則中看出，更不用說「主動探索與研究、獨立思考與解決問題」等十大能力了。可見，台灣的數學課

程真的從鐘擺的一端（建構式數學）擺到了另一端（回到基本）。

內地對知識與能力的關係並沒有清晰的說明，二者常並列使用。為了培養學生解決問題的能力，有的數學教科書在設計上更單列了「問題解決」部分，試圖將解決問題的步驟教給學生。然而，丁銳、黃毅英、馬雲鵬（待刊）有關內地數學新課程課堂環境的研究表明，使用新教科書的學生，其解決問題的能力並沒有真正提升，反倒是解決傳統應用題的能力有所下降。這個研究結果似乎說明，將知識和能力分開培養並非明智之舉。

其實，內地還處於對「知識－能力」的關係進行討論的階段。從「王鍾之爭」可以看出，大家對二者的關係基本有兩種看法。一部分人認為知識是基礎，只要有了牢固的知識基礎，才可能發展能力，這正是大部分教師和家長的觀點。當然，這亦受到高考指揮棒的影響，所以「高分低能」成了部分學生的真實寫照。新課程所強調的理念則與此不同，它將情感、態度、價值觀、解決問題能力與知識技能並列，甚至在課程標準修訂稿中提到四基（基礎知識、基本技能、基本思想、基本活動經驗），而後三者均與過程、能力有關。

此外，從建構主義與「以兒童為中心」的基本想法亦可以進一步看到兩者的關係。雖然不少人把「教師專權」與「以兒童為中心」對立起來，但 Ausubel（1961, 1968）早就提出了「既以教師帶動，又以學習者為中心」的可能性。Watkins（2008）進一步提出「以學習為中心」而不是「以學習者為中心」的理念（亦見黃毅英，2008）。最近一些文章亦提出「教師－學生－學習」的「新」定位，如 Shimizu（2009）指出教師仍須撰寫由學生演出的劇本（亦見 Wong, 2009），姑勿論大家是否認同這種「劇

本論」(Wong, 2009)。所謂教師由「知識的傳遞者」到「學習的促進者」這「範式轉移」,其實並沒有否定教師在學生學習上的角色。無論如何,如何處理好一個「p」與另一個「p」的關係的討論已開展了,關鍵是怎麼踏踏實實地去摸索,而不是再投放人力物力於意識形態之爭辯或空泛的框架制定。其他學科如美術、語文等均在面對類似「p與p」的問題,我們相信,數學科的經驗與探討實可借鏡到其他學科(黃毅英、梁玉麟等,2009)。

學科與跨學科之間

上面知識與能力或結果與過程的討論,其實可引申到學科與跨學科的爭議。一方面,我們不能脫離學科知識而空泛地談一般能力,一般能力往往是要透過具體的(學科)知識加以培養。其實早在20世紀80年代,中國內地已對「學科能力」及「一般能力」之間的關係作出了詳細的討論。十三院校協編組(1987)便提出「傳授知識和培養能力應該並重,不可偏廢」(頁18),「發展智力(一般能力)是……各科教學的共同任務」(頁22),其後進一步指出「數學中的運算能力、邏輯思維能力、空間想像力是一般能力在數學知識領域中的具體表現形式」(頁22)。

數學在本質上是抽象的東西,而這些抽象的東西來源於現實世界,是被人抽象出來的,因此真正的知識來源於感性經驗,是通過直觀和抽象而得到的,這種抽象是不能獨立於人的思維而存在的(史寧中,2008,頁1)。蕭文強(1978)從分析數學的歷史發展,總結出數學發展源於生產實踐,是從感性認知深化為理性認知、從具體到抽象和從「歸納」到「演繹」等幾個結論。個別學習者的數學學習歷程跟這個歷史發展過程亦相似。所以建構主義提倡讓學生體驗數學知識產生的過程,新課程標準修訂稿中亦提出了四基,最後一基就是「基本活動經驗」。不過亦要小心,

不能陷入到極端建構主義思想裏面，認為數學知識只能由學生自己建構而不能傳授，並沒有所謂客觀的數學知識（雖然數學知識是從感性和直觀中抽象出來，但不能否定人類所積累的數學知識的權威性）。況且，教育的特點亦須考慮教學效率（張奠宙，2008b）。因此，數學知識不能完全由學生自己發現，而應該鼓勵學生在接受一定的數學知識的情況下作適當的探索和發現，體驗某些數學知識產生的過程，而增加他們的基本活動經驗，培養他們的創新意識，以及發現問題、提出問題、解決問題的實踐能力。

另一方面，數學科（其他不少學科也可能類似）並非完全是一種人為的間格。Hirst & Peters（1970）提出人類文化是由認識世界的不同方法中衍生出來的。他們稱這些方法為「知識形式」（forms of knowledge），包括數學知識、宗教知識、哲學知識、審美知識、道德知識、人文科學、自然科學，而這些知識形式為解釋學校的分科課程提供了邏輯的基礎。這正好表明數學並不單是一種學科藩籬，它本身就是一種共通能力！亦即是說，數學這學科並非某些人的人為界定，而是在其悠久的發展過程中建立了的認識、處理和解決種種現象及問題的特定方式和方法。這就是數學，也就是我們希望學生學到的東西。

故此，黃毅英（2005b）便提出，所謂課程統整、通識科等不只是個遙不可及的夢，而且更可進一步問究竟它們是不是我們的夢。事實上，進步主義在美國亦受到不少質疑（Egan, 2002; Gardner, 1989）。National Commission on Excellence in Education（1983）更認為當時美國正趨向「庸才教育」，並促請重新強調傳統學科的學習。

當然這中間亦有微妙的權力關係。由於種種原因，在機制上，學科的課程發展組織往往從屬於一般的課程發展組織，而不少人相信，宏觀的專家（課程專家、教育學專

家)在學科教育專家之上,因為很多人認為諸如數學學習只是一般學習的一個特例(黃毅英、梁玉麟等,2009)。

「為教人而教書,由教書而教人」(黃毅英,2005a),只要不把基本功、能力、學科、育人割裂觀之,很多上述糾纏不休的問題不解自脫,而須進一步探討的只是如何把兩者相輔相成。20世紀60年代英國的納菲爾特數學實驗早已提出不應停留在學生進行發現,而是要「發現些『數學』」(鄧國俊等,2006);數學教育內部亦不應我行我素,只是「教點數學」,而是要深入研究一般能力在數學科的體現是甚麼。

影響數學新課程實施的因素

縱觀三地數學課程改革的成敗,我們認為影響數學課程改革有效實施的因素主要有四方面:教科書編寫,教學方式的變革,評鑒與課程的協調,教師隊伍的整固。

教科書編寫

其實,編寫一套全班學生一起使用的教科書,這思想已有違建構主義,因為教科書須對大部分人適用。即使課程綱要和教科書都是意圖課程(intended curriculum),但從綱要到教科書已經出現了極大的落差,台灣建構式數學的教科書便是個明顯例子。台灣1996年開始落實教科書審定本,期望藉此容納社會上更多元的聲音,然而為了確保教科書供應無缺、品質有保證、價格平穩,國立編譯館仍繼續編寫教科書(亦要送審),與民間審定本並行發售(藍順德,2006)。但「當時的政策沒有給予出版商充足的準備時間,導致幾乎所有版本均模仿實驗版編制課本,而民間出版商並未真正瞭解學生的認知發展歷程,只是就實驗版本加以模仿複製」(蔡金甫,2009,頁105),結果出現了教科書內容太過簡單、敘述繁複無比、算法拖沓冗長、同類型

題材重複出現的頻率太多、不背誦乘法表等問題，以致學生在計算簡單乘法時還要用加減法，難怪學生反映說在考試時雖然知道怎麼算，卻沒有時間算（翁秉仁，2003）。

這當然亦涉及「教科書」的定位與運用。在發現學習的全盛時期，人們相信學生可透過教科書自學；相反，現時一些地區（如內地農村，見 Ma, Zhao, & Tuo, 2004），教師只能照本宣科，教科書成為教師教學的重要支援。這兩個極端均不是理想狀態，表面上分別是「去教師」（teacher free）和「教師主導」，但其實均是教科書主導。事實上，若有專業化的教師，教科書可以扮演「教學資源」的角色，支援教師教學，教師亦應將之靈活運用。

教學方式的變革

建構主義在本質上是認識論，並非教學法，可是現在只重形式，教師不了解甚麼是建構主義，亦不知如何推行建構式教學。在課程標準及綱要中有關教學實施建議方面，多次提到小組合作、探索、生活情境，培養學生發現問題、提出問題、解決問題的能力等，因此數學課堂由「滿堂灌」變成「滿堂問」甚至「滿堂跑」（郭永福，2003；黃毅英，2004）。由操練代數幾何變成操練專題研習（問題解決），由獨立聽講變成小組合作。可是，缺少了獨立思考的小組合作和討論，效果十分局限；學生現在除了要做練習之外，還要做大量專題研習，負擔又增加了許多；而引入了生活情境，學生的發散思維確實有所提高，提出的問題亦千奇百怪，但離數學似乎愈來愈遠。

有指出「滿堂灌」雖然不好，但所「灌」的都是正確的硬知識，「滿堂問」中所交流的知識就沒有保證了。專題研習處理不當會傾向於美工、電腦展示等淺層技巧，而至於開放題、通識題等，若結合高持分的考試就會變成另一種八股，即由背誦、操練傳統題轉為背誦開放題、通識題的

標準答案及操練表達（小組結果報告技巧），這些就涉及資源及家庭社經背景的公平性及學習風格的多元化等。例如以前學習數學，「八仙渡海，各師各法」，現在局限用高科技（如電腦）或其他固定的、有關方面倡導的模式，於是把不傾向利用高科技的學生（及教師）排斥出去。

姑且暫不討論建構主義的哲學本質的價值與適用性，但當建構主義的理念一再被扭曲及樣板化時，一些不正常現象或舉措就出現了，例如一題必須提出三個解，開放題開放得幾乎任何答案都算對，要學生同時學會分數的算術運算又要學圖解而兩者卻又似乎無法連貫起來，只強調學生活動與發問而忽略其中本質等。這些「似是而非」的舉措其實已經離開建構主義很遠。

評鑒與課程的協調

在華人地區，評估與考試向來都是敏感的難題。在香港，評估本來是 TOC 的核心，但在制定課程後，評估方案一直沒法落實。評鑒與教學理念不配合往往是窒礙課程改革的主因。例如，若提倡了建構式學習，大學入學考試的方式卻仍保持傳統的紙筆運算，就只會扭曲建構式學習的意願，故此課程的改革要聯繫到考試的改革是必然的。

自課程改革以來，出現了很多新的評鑒口號，如形成性評鑒、表現性評鑒、檔案袋評鑒等等。但是，在兩岸三地以選拔或鑒別為目的的考試，高考（大學入學考試）、中考（高中入學考試），甚至初考（初中入學考試）、小考（小學入學考試）仍然是評鑒的重中之重，只要這種高持分考試（尤其是高考，在台灣則是基本學力測驗、學科能力測驗和指定科目考試）的模式、題型、內容有所變動，各層次的考試都會跟着變化。在內地，甚至有人說，「高考不改，課改難行」，「高考不改革，我們的評價改了也

沒用」(見崔允潔、王少非、夏雪梅, 2008)。呂玉琴在接受蔡金甫訪談時亦提到, 台灣的課程受到升學考試的影響, 「不管是九年一貫也好, 1993年新課程也好, 小學這邊還比較有人在動, 國中這邊就沒有甚麼在動」(見呂玉琴提供的訪談資料)。可見, 評鑒如何改革, 將直接影響課程改革的實施及效果。

考試必須改革, 但須慎防以評估帶動學習。在考試文化較盛的華人地區, 考試取向把許多良好意願都扭曲了(Wong, Watkins, et al., 2006)。在這些地區, 有事事都納入高持分評估的傾向。教育目標的擴展本非壞事, 但一旦與「考試文化」掛勾, 學生的態度、自信心、操行、道德品行以及高層次思維等旋即演化成各種不同的、矮化成可測量的評鑒標準。所以, 倡導「產出為本課程」的聲音不絕於耳(Bousslama, Lansari, Al-Rawi, & Abonamah, 2003; Willis & Kissane, 1997)。當課外活動、社區服務甚至個性等表現都要納入大學收生等各種標準時, 學生就只能合模到劃一的「人格套餐」中(周昭和、黃毅英, 2000; Choi, 2001)。

另外, 亦有人倡導不要全面檢視孩子。近年所謂全方位學習與多方面評估的趨勢, 當中牽動的問題十分廣泛。簡言之, 就是把評估與監控的範圍愈弄愈廣: 一些人認為, 傳統只着重學業成績的紙筆測驗未能全面評估學生的表現, 對一些在其他方面可能有卓越表現的學生不公平, 於是提出各種另類評估, 如專題報告、校內評估等, 又將評估範圍擴展, 除了智性範圍外, 逐漸延伸到情性、德性等範圍。課外活動指標化便是這個思潮下的產物, 亦正正反映問題所在(姨媽姑爹, 2002a, 2002b)。五育指標的構思亦說明了事情無止境膨脹的可能: 最初對甲作出考核, 有些人說我的表現不在甲, 應納入乙, 於是乎就難免加入丙、丁……(黃毅英, 2001b)。

評鑒需要改革，評鑒的目的可以是為了改進教與學、促進學生的成長，而不僅是為了選拔和甄別，做到鄧小平所說的「考試是檢查學習情況和教學效果的一種主要方法，如同檢查產品質量是保證工廠生產水平的必要制度一樣。當然也不能迷信考試，把它當作檢查學習效果的唯一方法，並且要認真研究、試驗，改進考試的內容和形式，使它的作用完善起來。對於沒有考好的學生，要鼓勵和幫助他們繼續努力，不要因此造成不必要的精神負擔」⁴。但是在華人地區，非高持分的評鑒又不能引起重視，如何改變傳統的考試觀念，改變華人社會的「考試文化」，使師生和家長不再懼怕考試，這是個更為艱巨的任務。如何避免以高持分考試推動課程改革、教育改革（雖然效能可能立竿見影），扭轉「可教即可測」、「為了教就先要測」的觀念，這亦是有關方面必須小心處理的（黃毅英，2001a）。

教師隊伍的整固

三地課程改革都受到政治因素影響：台灣執政人員更替，內地想快速見成效，香港政府希望一蹴即就。但是真正的改革恐怕並不能在一夜之間發生。避免急功近利，着重細水長流的教師隊伍整固，似乎更有作用。

教育改革每每號稱刻不容緩，時不我待，如今似乎鐘擺擺到另一邊，「壞」的改革抹殺了「好」的改革元素，不知何時才能重拾教育向前推進的軌道（姑勿論是否稱它做改革），枉費十年八年的光陰。學生淪為「教改白鼠」，最終就如蘇式冬（1979）所說的「欲速則不達」。

近年課程與教育改革，每每是由上而下的進行。這種由上而下不單指權力關係，而且更指先訂立宏大目標，然後定「架構」、「學制」等「硬體」，再命各學科按照這些「架構」、「框架」訂立「各科目標」、「知識點」，

擠進課程內容，最後來個在辦公室中設計的教法、示例，這便是所謂的「教改工程」吧！不是說這些教學內容與示例不當，但這些都是設計出來的，與使用者（前線教師）格格不入，又怎能奢談「擁有感」（ownership）呢？

在《論語·公冶長》中，孔子說出了其心願：「老者安之，朋友信之，少者懷之」。沿着這個思路，我們可以想想現行的教育改革，又是否能夠兼容資深老師的教法（安之），讓改革者與實施者互相信任（信之），並容許一些有新想法的老師有嘗試的空間（懷之）呢？

這不只是「從上而下」，還是「從下而上」的問題。更重要的是，正如不少學者所指出，課程與教育改革是否具備改變或強化教師隊伍、促進教育專業化的誘因和條件（鄧幹明、黃毅英、蘇式冬，2003；Clarke, Clarke, & Sullivan, 1996；關於數學教學專業化的再定義，見 Stigler & Hiebert, 1999）。我們甚至可以把「能否提高教師的專業性（包括專業意識、專業自主和專業教學）」用作評定教育改造成敗的判準。

整個教育改革／課程改革都聲稱教師要進行「範式轉移」。在理論上，這個轉移並沒有減少老師的功能，亦從沒聽過要採取「去教師」的課程，只是提出老師要由「知識的傳遞者」轉變為「學習的促進者」吧了。但現實恰恰相反，因為課程文件上愈來愈多條條框框，課程甚至寫得過於詳細，差不多是要指揮每位教師每日在課堂如何教學，這跟教師的專業發展背道而馳。所出現的問題是，教師進一步被「去專業化」（de-skilled），教師好像只需學會如何按課程、細則、指引及工作坊所提供的技巧，便可以執教了。再加上中央設計的評估工具（如基本能力測試），使教師淪為「派卷員」，從診斷到「補底」均由中央統一處理了。這對教師發展自己的教學理念、構思和

專業成長造成桎梏。這亦是從數學科看到的另一啟示。當年香港小學課程發展採取官民互動、細水長流的做法，值得我們一再深思。

更進一步，「課程」可以有多種理解。回顧香港自 20 世紀 60 年代開始的小學數學課程改革，在改革者眼中，這場改革到 80 年代始告大功告成，而當 1983 年的定稿頒布時，不少前線教師的反應是，這些教學建議「已經用緊」（正在施行）。故此，在這些改革者眼中，課程不是制定往後教學改造的藍圖，而是先提出理念，繼而逐步進行實驗，最後的版本則是經年累月教學實驗成果的總結，是先前想法的完整版（並推動下階段的教學進展）（鄧國俊等，2006）。

結 論

以上經驗雖然聚焦於數學科，但正如黃毅英、顏明仁等（2008）所說，其他各科（如語文科、通識科、美術科等）都面對相類似的問題與挑戰，數學科經歷過的改革之路對其他學科有一定的參考價值。

課程改革怎樣算成敗呢？教育改革怎樣才算完全落實呢？我們又如何看待教育改革／課程改革在數十年來總是兜兜轉轉，走了不少彎路呢？我們能否真的找到一個終極的教育／課程系統？

其實，自第二次世界大戰後，世界上進行了多場教育改革，所以我們對教育改革、課程改革一點也不陌生。假若我們進行文獻搜索，有關如何推行改革和確保推行成功的關注事項的專業論文可謂汗牛充棟。關鍵不是我們是否具備有關的知識和經驗，而是改革者有否真心和耐性正視課程改革。教育改革／課程改革本應是常態，不用急於求成，我們必須

接受這種改革不可能一蹴而就，而要做到細水長流、潤物無聲。教育改革／課程改革的歷史不斷重複，這不是問題的核心；問題是我們有否汲取足夠的歷史教訓，讓我們（重複歷史的）每一步甚至每一環節均更踏實一點，更智慧一點。正如瑞士數學家 Jakob Bernoulli（1659–1705）的墓誌銘所言：「我返回原點但提升了」（Eadem Mutata Resurgo）。

註釋

1. 由於香港、澳門等不是國家，本文統一用「地區」。
2. 此部分依據 2007 年底《課標（修訂稿）》徵求意見稿的內容撰寫。《課標（修訂稿）》尚未正式公布，具體內容應以教育部正式公布者為準。
3. Outcome-based curriculum，亦即以學習「產出」或結果帶動學習；它亦是課程評準化的一種常見體現。
4. 鄧小平於 1978 年 4 月 22 日在全國教育工作會議上的講話。

鳴謝

國立台北教育大學呂玉琴老師提供了許多寶貴資料，並指出了本文很多不足之處，使我們能順利完成此文。在此由衷感謝呂老師！

參考文獻

- 丁銳、黃毅英、林智中、馬雲鵬（2009）。〈小學數學課堂環境與學生成果的關係〉。《教育研究與實驗》，第 1 期，頁 73–80。
- 丁銳、黃毅英、馬雲鵬（待刊）。〈小學數學課堂環境與學生問題解決能力的關係〉。《教育科學研究》。
- 十三院校協編組（1987）。《中學數學教科書教法·總論》（第二版）。北京：高等教育出版社。

- 中華人民共和國教育部(2001)。《數學課程標準(實驗稿)》。北京：北京師範大學。
- 中華人民共和國教育部(2009)。《數學課程標準(修訂稿)》。未正式出版。
- 方德隆(1999)。《課程與教學研究》。高雄，台灣：復文。
- 王策三(2004)。〈認真對待“輕視知識”的教育思潮——再評由“應試教育”向素質教育轉軌提法的討論〉。《北京大學教育評論》，第3期，頁5-23。
- 史寧中(2008)。《數學思想概論I：數量與數量關係的抽象》。長春：東北師範大學出版社。
- 史寧中、柳海民(2007)。〈素質教育的根本目的與實施路徑〉。《教育研究》，第28卷第8期，頁10-14。
- 台灣教育部(1993)。《國民小學數學課程標準》。台北，台灣：教育部。
- 台灣教育部(2001)。《國民中小學九年一貫課程暫行綱要——數學學習領域》。台北，台灣：教育部。
- 台灣教育部(2003)。《國民中小學九年一貫課程綱要——數學學習領域》。台北，台灣：教育部。
- 台灣教育部(2008)。《國民中小學九年一貫課程綱要》。台北，台灣：教育部。
- 全面檢討數學課程專責委員會(2000)。《數學課程全面檢討報告》。香港：香港課程發展議會。
- 江峰(2006)。〈評“王鍾之爭”及其後續爭論的三個問題〉。《南京曉莊學院學報》，第2期，頁55-60。
- 何克抗(2005)。《關於建構主義的教育思想與哲學基礎——對建構主義的反思》。2009年9月18日擷取自網頁：<http://www.etc.edu.cn/academist/hkk/jiangoufanshi.htm>
- 李名揚(2003, 8月1日)。〈國科會：學建構式數學，能力未下滑〉。《聯合報》，頁B8，教育版。
- 李柏良(2004)。〈香港數學課程發展：從現況探討未來〉。載鄧幹明、黃家樂、李文生、莫雅慈(編)，

- 《香港數學教育會議 2004 論文集》（頁 2-7）。香港：香港數學教育學會。
- 李國偉（2001）。《臺灣教改起風波，美國同樣掀起數學戰爭》。2009 年 10 月 16 日擷取自網頁：<http://www.bookzone.com.tw/newsletter/scc/epaper/epaper12.htm#2>
- 周昭和、黃毅英（2000）。《從課外活動「持分」失衡看教育產品指標化的權力展現》（教育政策研討系列之 40）。香港：香港中文大學教育學院、香港教育研究所。
- 林宜臻（2003）。《國小數學課程研究小組的春風秋雨》。2009 年 7 月 23 日擷取自網頁：<http://jen.naer.edu.tw/A自耕區/資料區/A1「國小數學課程研究小組的春風秋雨」92.03.20.doc>
- 林冠群、葉明遠（2002）。〈從過程—對象對偶體看當前「建構式數學」的爭議〉。《教育研究資訊》，第 10 卷第 4 期，頁 121-138。
- 林智中（1996）。《目標為本課程：一個遙不可及的理想》（教育政策研討系列之 1）。香港：香港教育研究所。
- 林智中、張爽（2006）。〈香港課程改革的實施策略評析〉。《教育發展研究》，第 12 期 A，頁 39-43。
- 姜伯駒（2005a）。《新課標讓數學課失去了什麼？》。2009 年 8 月 1 日擷取自網頁：http://www.gmw.cn/content/2005-03/16/content_197119.htm
- 姜伯駒（2005b）。〈關於初中數學課程標準的“基本理念”〉。《數學通報》，第 44 卷第 8 期，頁 1-4。
- 姨媽姑爹（2002a）。〈不要全面監視孩子，不要「美麗新世界」——「姨媽姑爹」第二份宣言〉。載蔡寶瓊、黃家鳴（編），《姨媽姑爹論盡教改》（頁 26-27）。香港：進一步多媒體。
- 姨媽姑爹（2002b）。〈玩吓都要受監察？！——「姨媽姑爹」第三份宣言〉。載蔡寶瓊、黃家鳴（編），《姨媽姑爹論盡教改》（頁 28-31）。香港：進一步多媒體。

- 香港課程發展議會（編訂）（1992）。《數學科學習目標（初稿）（小一至中五）》。香港：香港教育署。
- 香港課程發展議會（編訂）（1995）。《目標為本課程：數學科學習綱要（第一、二學習階段）》。香港：政府印務局。
- 香港課程發展議會（編訂）（1999）。《中學課程綱要：數學科（中一至中五）》。香港：政府印務局。
- 香港課程發展議會（編訂）（2000）。《數學教育學習領域：數學課程指引（小一至小六）》。香港：政府印務局。
- 香港課程發展議會（編訂）（2001a）。《數學教育學習領域：附加數學課程指引（中四至中五）》。香港：政府印務局。
- 香港課程發展議會（2001b）。《學會學習：課程發展路向》。香港：政府印務局。
- 香港課程發展議會（編訂）（2002）。《數學教育學習領域：數學課程指引（小一至中三）》。香港：政府印務局。
- 翁秉仁（2003）。《談建構數學》。2009年9月18日擷取自網頁：http://www.math.ntu.edu.tw/phpbb-2/edu/articles/article_03_02_21.htm
- 馬雲鵬（2009）。〈中國內地課程實施的策略與特徵〉。載霍秉坤、于澤元、徐慧璇、朱嘉穎（編），《課程與教學：研究與實踐的旅程》（頁164-171）。重慶：重慶大學出版社。
- 馬雲鵬、唐麗芳（2004）。〈對新課程改革實驗狀況的調查與思考〉。《中小學管理》，第1期，頁11-15。
- 馬福迎（2005，8月13日）。〈對《斬文》有些觀點，不敢苟同〉。《中國教育報》，頁3。
- 高天明（2005，8月13日）。〈應從哲學層面探討〉。《中國教育報》，頁3。

- 崔允漭、王少非、夏雪梅（2008）。《基於標準的學生學業成就評價》。上海：華東師範大學出版社。
- 張奠宙（2008a）。〈中國數學教育在改革與反思中前進〉。《數學通報》，第47卷第12期，頁22-26。
- 張奠宙（2008b）。〈建構主義與數學教育辨析〉。《湖南教育》，第8期，頁4-5。
- 曹一鳴（2005）。〈義務教育數學課程改革及其爭鳴問題〉。《數學通報》，第44卷第3期，頁14-16。
- 梁貫成、林智中、莫雅慈、黃家鳴、黃毅英（1999）。《亞洲及西方各主要國家及地區的數學課程比較研究》（教育署委託研究最後報告）。香港：香港教育署。
- 郭永福（2003，12月27日）。〈要處理好課改中的若干關係〉。《中國教育報》。2009年10月16日擷取自網頁：<http://www.mcyz.com/Article/ShowArticle.asp?ArticleID=697>
- 郭怡君（2003）。〈建構式數學沒讓小孩變笨？〉。《自由時報》新聞網。2009年9月18日擷取自網頁：<http://www.libertytimes.com/2003/new/aug/1/today-life2.htm>
- 陳竹村（2000）。〈發展式數學課程及其教學觀〉。《研習資訊》，第17卷第5期，頁15-46。
- 陳志修（2003）。〈建構主義式教學法導致學生的數學能力下降？〉。《中等教育》，第54卷第6期，頁136-149。
- 陳榮裕（2001）。《建構式數學老師家長一頭霧水》。2006年8月1日擷取自網頁：<http://ctnews.yam.com.tw/cgi-bin/fineprint.pl?file=/news/200102/18/106188.html>
- 陸鴻基（2003）。《從榕樹下到電腦前：香港教育的故事》。香港：進一步多媒體。
- 章建躍（2005）。〈數學教育改革中幾個問題的思考〉。《數學通報》，第44卷第6期，頁6-10。
- 馮振業（主編）（1997）。《香港數學課程改革之路》。香港：香港數學教育學會。

- 黃毅英 (1995)。〈普及教育期與後普及教育期的香港數學教育〉。載蕭文強 (主編)，《香港數學教育的回顧與前瞻》(頁 69-87)。香港：香港大學出版社。
- 黃毅英 (1997a)。〈香港數學教育改革另類報告〉。載馮振業 (主編)，《香港數學課程改革之路》(頁 141-160)。香港：香港數學教育學會。
- 黃毅英 (1997b)。〈短評數學科「目標為本課程」的設計與評核〉。載馮振業 (主編)，《香港數學課程改革之路》(頁 69-71)。香港：香港數學教育學會。
- 黃毅英 (2000)。〈香港數學教育另類報告 2000 —— 山仍是山的課程改革〉。載梁興強 (主編)，《香港數學教育會議 2000 論文集》(頁 90-99)。香港：香港數學教育學會。
- 黃毅英 (2001a)。〈在質素保證與產出為本課程間尋找出路〉。載梁淑坤 (主編)，《評核與數學教育：「數學課程全面檢討：之後又如何？」研討會跟進論文集》(頁 1-14)。香港：香港中文大學課程與教學學系、香港數學教育學會。
- 黃毅英 (2001b, 4月2日)。〈從兩岸三地考試文化看教改困局〉。《聯合報》。
- 黃毅英 (2002)。〈解讀《學會學習》〉。載蔡寶瓊、黃家鳴 (編)，《姨媽姑爹論盡教改》(頁 188-201)。香港：進一步多媒體。
- 黃毅英 (2003)。〈“建構主義教學”：慎防重蹈“新數學運動”的覆轍〉。《數學教學》，第 3 期，頁 4-5。
- 黃毅英 (2004)。〈第三份香港數學教育另類報告——天翻地覆教改話滄桑〉。載鄧幹明、黃家樂、李文生、莫雅慈 (編)，《香港數學教育會議 2004 論文集》(頁 8-29)。香港：香港數學教育學會。
- 黃毅英 (2005a)。〈共享價值 · 共享的夢 (代序)〉。載黃毅英 (編)，《迎接新世紀：重新檢視香港數學

- 教育——蕭文強教授榮休文集》(頁 1-11)。香港：香港數學教育學會。
- 黃毅英(2005b)。〈通識教育：一個遙不可及的夢——這究竟是否我們的夢？〉。《教師中心傳真》，第 55 期，頁 6-7。
- 黃毅英(2008)。〈從「華人學習者現象」到「香港學習者現象」〉。《教育研究與發展期刊》，第 4 卷第 2 期，頁 49-62。
- 黃毅英、林智中、孫旭花(2006)。《變式課程設計原理——數學課程改革的可能出路》(學校教育改革系列之 33)。香港：香港中文大學教育學院、香港教育研究所。
- 黃毅英、林智中、陳美恩(待刊)。〈「基本能力」還是「基本」嗎？〉。《數學教育》。
- 黃毅英、梁玉麟、鄧國俊、陳心(2009)。《香港數學教育專業知識基礎的集體追求》。香港：香港數學教育學會。
- 黃毅英、梁貫成、林智中、莫雅慈、黃家鳴(1999)。《各界人士對數學課程觀感的分析》(教育署委託研究最後報告)。香港：香港教育署。
- 黃毅英、黃家樂(2001)。〈「新數學」運動的過程及對當代數學教育之啟示〉。載黃毅英(編)，《香港近半世紀漫漫「數教路」：從「新數學」談起》(頁 9-111)。香港：香港數學教育學會。
- 黃毅英、顏明仁、霍秉坤、鄧國俊、黃家樂(2008)。〈從香港數學課程發展的歷史經驗透視當前課程發展與決策的幾個問題〉。載朱嘉穎、張善培、賴靈恩、馮潔皓(編)，《課程決定：第十屆兩岸三地課程理論研討會論文集》(頁 279-293)。香港：香港中文大學教育學院。
- 楊美伶(2003)。〈教師如何因應數學課程的變革〉。《國北師教育論壇》。2009 年 9 月 21 日擷取自網頁：

http://www.math.ntu.edu.tw/phpbb-2/edu/articles/article_03_10_07.htm

- 義務教育數學課程標準修訂組（2007）。《數學課程標準（修訂稿）與（實驗稿）的比較》。2009年7月1日擷取自網頁：<http://guozhuan.net/ReadNews.asp?NewsID=7462>
- 靳玉樂、艾興（2005，5月28日）。〈新課程改革的理論基礎是什麼〉。《中國教育報》，頁3。
- 甯自強（1993a）。〈國小數學科新課程的精神及改革動向——由建構主義的觀點來看〉。《科學教育學刊》，第1卷第1期，頁101-108。
- 甯自強（1993b）。〈「建構式教學法」的教學觀——由根本建構主義的觀點來看〉。《國教學報》，第5期，頁33-41。
- 劉柏宏（2004）。〈從美國「數學戰爭」看臺灣的數學教育〉。《數學傳播》，第28卷第4期，頁3-16。
- 劉培濤（2005，9月17日）。〈新課程改革需要揚棄哪些東西〉。《中國教育報》，頁3。
- 滕飛、趙瓊（2005）。〈追問建構主義在基礎教育課程改革中的適切性〉。《教育科學研究》，第6期，頁9-11。
- 蔡金甫（2009）。《國小建構取向數學學習的建構與解構》。未發表之碩士論文，東華大學國民教育研究所，花蓮，台灣。
- 蔡金法（2006）。〈改進中國數學教育的六點思考——基於中美學生數學學習的系列實證性研究（上）〉。《小學青年教師（數學版）》，第10期，頁24-27。
- 蔡寶瓊、黃家鳴（編）（2002）。《姨媽姑爹論盡教改》。香港：進一步多媒體。
- 課程發展議會與香港考試及評核局（聯合編訂）（2007）。《數學教育學習領域：數學課程及評估指引（中四至中六）》。香港：政府物流服務署。
- 鄭毓信（2002）。〈文化視角下的中國數學教育〉。《課程·教材·教法》，第10期，頁44-50。

- 鄧國俊、黃毅英、霍秉坤、顏明仁、黃家樂（2006）。《香港近半世紀漫漫「小學數教路」：現代化、本土化、普及化、規範化與專業化》。香港：香港數學教育學會。
- 鄧國俊、黃毅英、霍秉坤、顏明仁、黃家樂（2007）。〈從半世紀香港小學數學課程發展看當前數學課程改革的前景〉。《基礎教育學報》，第16卷第1期，頁115-131。
- 鄧幹明、曾倫尊（編）（2003）。《學會學習：數學課程改革評析》。香港：香港數學教育學會。
- 鄧幹明、黃毅英、蘇式冬（2003）。〈課程改革的成功關鍵：教師專業的培訓與提高〉。載鄧幹明、曾倫尊（編），《學會學習：數學課程改革評析》（頁193-211）。香港：香港數學教育學會。
- 黎慧琳、廖淑惠（2001）。《蔡式淵：建構式數學出現負面效應》。2006年8月1日擷取自網頁：<http://be1.udnnews.com/2001/4/4/news/domestic/north-taiwan/hsinchu/228576.shtml>
- 蕭文強（1978）。《為甚麼要學習數學》。香港：學生時代出版社。
- 霍秉坤、顏明仁、鄧國俊、黃毅英、黃家樂（2009）。《鑒古識今：從課程發展策略的視角看課程改革》。投稿。
- 薛承泰（2003）。《十年教改為誰築夢？》。台北，台灣：心理出版社。
- 謝慧蓮（2001）。〈學者呼籲勿強迫老師採單一教學模式〉。2006年8月1日擷取自網頁：<http://be1.udnnews.com/2001/2/16/news/todaynews/focus/165973.shtml>
- 鍾啟泉、有寶華（2004）。〈發霉的奶酪——《認真對待“輕視知識”的教育思潮》讀後感〉。《全球教育展望》，第10期。2009年9月21日擷取自網頁：<http://www.uebrain.cn/Article/lilun/200709/169.html>

- 鍾啟泉、崔允漭、張華（主編）（2001）。《為了中華民族的復興，為了每位學生的發展：〈基礎教育課程改革綱要（試行）〉解讀》。上海：華東師範大學出版社。
- 鍾聖校（1994）。〈從兒童認知能力看小學數學實驗課程的實施〉。《研習資訊》，第11卷第4期，頁52-59。
- 鍾聖校（1998）。〈論小學數學科建構式教學的普遍適用性〉。《研習資訊》，第15卷第2期，頁43-55。
- 鍾靜（2004）。〈台灣地區數學課程理念的沖突與實務的激蕩〉。載蘇朝暉、裴娣娜（編），《兩岸四地中、小學數學課程與教學改革學術論壇：數學教育與學生發展論文集》（頁5-11）。澳門：教育暨青年局；北京：北京師範大學。
- 鍾靜、李佳陵（2004）。〈建構導向教學和學生數學學習的關係〉。《國立台北師範學院學報》，第17卷第2期，頁53-82。
- 藍順德（2006）。《教科書政策與制度》。台北，台灣：五南。
- 關兆錦（2000）。〈香港數學課程全面檢討——回顧與展望〉。載梁興強（主編），《香港數學教育會議2000論文集》（頁17-31）。香港：香港數學教育學會。
- 蘇式冬（1979）。〈欲速則不達〉。《人民教育》，11月號，頁31-32。
- Ausubel, D. P. (1961). In defense of verbal learning. *Educational Theory*, XI, 15-25.
- Ausubel, D. P. (1968). Facilitating meaningful verbal learning in the classroom. *The Arithmetic Teacher*, 15, 126-132.
- Bouslama, F., Lansari, A., Al-Rawi, A., & Abonamah, A. A. (2003). A novel outcome-based educational model and its effect on student learning, curriculum development and assessment. *Journal of Information Technology Education*, 2, 203-214.
- Choi, P. K. (2001, November). *Counting our losses: The sacrifice*

- of education to economic globalization*. Paper presented at the Public Conference in Re-inventing Hong Kong in the Age of Globalization, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong.
- Clarke, B., Clarke, D., & Sullivan, P. (1996). The mathematics teacher and curriculum development. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education: Part two* (pp. 1207–1233). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Cobb, P. (1994). Constructivism and learning. In T. Husén & T. N. Postlethwaite (Eds.), *The international encyclopedia of education* (2nd ed., pp. 1049–1052). Oxford: Pergamon.
- Dewey, J. (1938). *Experience and education*. Carbondale, IL: Southern Illinois University Press.
- Egan, K. (2002). *Getting it wrong from the beginning: Our progressive inheritance from Herbert Spencer, John Dewey, and Jean Piaget*. New Haven, CT: Yale University Press.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer Press.
- Feng, D. (2006). China's recent curriculum reform: Progress and problems. *Planning and Changing*, 37(1–2), 131–144.
- Fok, A., & Watkins, D. (2007). Does a critical constructivist learning environment encourage a deeper approach to learning? *The Asia-Pacific Education Researcher*, 16(1), 1–10.
- Gardner, H. (1989). *To open minds: Chinese clues to the dilemma of contemporary education*. New York: Basic Books.
- Griffith, H. B., & Howson, A. G. (1974). *Curricula and society*. London: Cambridge University Press.
- Heddens, W. J. (1994, August). *Using manipulatives in primary school teacher preparation*. Paper presented at the workgroup

- in primary school teacher preparation, ICMI-China Regional Conference on Mathematics Education at Shanghai, China.
- Hirst, P. H., & Peters, R. S. (1970). *The logic of education*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Howson, G., & Wilson, B. (Eds.). (1986). *School mathematics in the 1990s*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Jackson, A. (1997a). The Math Wars: California battles it out over mathematics reform (Part I). *Notices of the American Mathematical Society*, 44(6), 695–702.
- Jackson, A. (1997b). The Math Wars: California battles it out over mathematics reform (Part II). *Notices of the American Mathematical Society*, 44(7), 817–823.
- Kwan, G. S. K. (2003). Highlights of the new mathematics curriculum in Hong Kong. In 鄧幹明、曾倫尊 (Eds.), 《學會學習：數學課程改革評析》 (pp. 25–36). Hong Kong: Hong Kong Association for Mathematics Education.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations: The logic of mathematical discovery*. New York: Cambridge University Press.
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27(1), 29–63.
- Ma, Y., Zhao, D., & Tuo, Z. (2004). Differences within communalities: How is mathematics taught in rural and urban regions in Mainland China. In L. Fan, N. Y. Wong, J. Cai, & S. Li (Eds.), *How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders* (pp. 413–442). Singapore: World Scientific.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Ruddock, G. J., O’Sullivan, C. Y., Arora, A., & Erberber, E. (2005). *TIMSS 2007 assessment framework*. Retrieved August 1, 2009, from http://timss.bc.edu/TIMSS2007/PDF/T07_AF.pdf

- National Advisory Committee on Mathematics Education. (1975). *Overview and analysis of school mathematics, Grades K–12*. Washington, DC: Conference Board of the Mathematical Sciences.
- National Commission on Excellence in Education. (1983). *A nation at risk: The imperative for educational reform*. Washington, DC: Author.
- Robson, R., & Latiolais, M. P. (2000). Standards-based education. *Focus, May/June*, 12–13.
- Senk, S. L., & Thompson, D. R. (Eds.). (2003). *Standards-based school mathematics curricula: What are they? What do students learn?* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1–36.
- Sfard, A., & Linchevski, L. (1994). The gains and the pitfalls of reification — The case of algebra. *Educational Studies of Mathematics*, 26(2–3), 191–228.
- Shimizu, Y. (2009). Characterizing exemplary mathematics instruction in Japanese classrooms from the learner’s perspective. *ZDM — The International Journal on Mathematics Education*, 41(3), 311–318.
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world’s teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.
- Tam, H. P. (in press). A brief introduction of the mathematics curriculum of Taiwan. In F. K. S. Leung & Y. Li (Eds.), *Reforms and issues in school mathematics in East Asia*. Rotterdam, the Netherlands: Sense.
- Thompson, P. W. (1985). Understanding recursion: Process \approx Object. In S. Damarin (Ed.), *Proceedings of the 7th annual meeting of the North American Chapter of the International*

- Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 357–362). Columbus, OH: Ohio State University.
- Tsai, C. C. (2000). Relationships between student scientific epistemological beliefs and perceptions of constructivist learning environments. *Educational Research*, 42(2), 193–205.
- von Glasersfeld, E. (1989). Constructivism in education. In T. Husén & N. Postlethwaite (Eds.), *The international encyclopedia of education: Supplement* (pp. 162–163). Oxford: Pergamon.
- Watkins, D. A. (2008, February). *Learning-centered teaching: An Asian perspective*. Keynote address presented at the 2nd International Conference on Learner-centered Education, Manila, the Philippines.
- Willis, S., & Kissane, B. (1997). Systemic approaches to articulating and monitoring student outcomes: Are they consistent with outcome-based education? *Studies in Educational Evaluation*, 23(1), 5–30.
- Wong, N. Y. (2004). The CHC learner's phenomenon: Its implications on mathematics education. In L. Fan, N. Y. Wong, J. Cai, & S. Li (Eds.), *How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders* (pp. 503–534). Singapore: World Scientific.
- Wong, N. Y. (2008). Confucian heritage culture learner's phenomenon: From “exploring the middle zone” to “constructing a bridge”. *ZDM — The International Journal on Mathematics Education*, 40(6), 973–981.
- Wong, N. Y. (2009). Exemplary mathematics lessons: What lessons we can learn from them? *ZDM — The International Journal on Mathematics Education*, 41(3), 379–384.
- Wong, N. Y., Han, J. W., & Lee, P. Y. (2004). The mathematics curriculum: Towards globalisation or Westernisation? In

- L. Fan, N. Y. Wong, J. Cai, & S. Li (Eds.), *How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders* (pp. 27–70). Singapore: World Scientific.
- Wong, W. L., Watkins, D. A., & Wong, N. Y. (2006). Cognitive and affective outcomes of person-environment fit to a critical constructivist learning environment: A Hong Kong investigation. *Constructivist Foundations*, 1(3), 49–55.
- Yoshikawa, S. (2009). Education Ministry's perspective on mathematics curriculum in Japan. In Z. Usiskin & E. Willmore (Eds.), *Mathematics curriculum in Pacific rim countries — China, Japan, Korea & Singapore* (pp. 9–22). Charlotte, NC: Information Age.
- Zhang, D., & Dai, Z. (2004, July). “Two basics”: *Mathematics teaching approach and open ended problem solving in China*. Regular lecture delivered at the 10th International Congress of Mathematics Education, Copenhagen, Denmark.

**Mathematics Curriculum Reform in Basic
Education in the Chinese Mainland, Taiwan, and
Hong Kong: Comparisons and Implications**

Rui DING, Ngai-Ying WONG,
Yun-Peng MA, & Chi-Chung LAM

Abstract

This article compares the mathematics curriculum reform process in the Chinese mainland, Taiwan, and Hong Kong, and examines the controversies in relation to the reform and its implications for the development of mathematics curriculum in Chinese societies. The article suggests that curriculum reform should be based on its developmental track to motivate teachers for its success. Besides, the dichotomy of knowledge and ability should have a balance, and the way from knowledge to ability needs to be explored.