

## 中國大陸數學課程改革之省思—— 從教學方法的角度看

鄭毓信

南京大學哲學系

中國新一輪數學課程改革的重要特點，是對於情境設置、自主探索、合作學習、動手實踐等教學方法的積極提倡，但上述方面就現實而言也可明顯看到形式主義的盛行。通過聚焦實踐中所出現的諸多問題，本文提供了關於教學方法改革的一個理論分析，認為不應將「新、舊」看成區分教學方法「好、壞」的主要標準，並應明確提倡教學方法的多樣化，特別是應清楚地認識各種方法的優點與局限性。

關鍵詞：數學教育、數學課程改革、教學方法

中國大陸新一輪的數學課程改革自2001年正式開展以來已經有六年多了。這一改革有不少可取之處或成功的地方，尤其是極大地促進了諸多新的教育思想或理念的傳播與普及；但也存在不少的問題或不足之處，因而需要通過認真的總結與反思——「發現問題、解決問題，不斷前進」。<sup>1</sup>本文就是朝這一方向的努力。

回顧過去幾年的課改實踐，一個毋庸置疑的事實在於：這是政府一次力度極大的行為，主要表現為「由上至下的單向運動」，更

以高度的統一性與一元化作為基本的追求。

這種「由上至下的單向運動」的直接後果之一，就是在一段時期內造成了形式主義在中國大陸基礎教育界的盛行。以下就圍繞教學方法的改革對此作出具體的分析。<sup>2</sup>

具體地說，對於一些新的教學方法，如情境設置、自主探索、動手實踐、合作學習等的積極提倡，可被看成中國大陸新一輪數學課程改革的重要特點。從以下一些言論就可清楚地看出：

「導入—講授—鞏固—作業—小結」這種以教師為中心的五環節教學法，歷來把學生封閉在教師劃定的圈子裏。那麼我們是否可以「開放」一些，給學生更多的主動思考的空間？「創設情境—活動嘗試—師生探究—鞏固反思—作業質疑」這樣的以學生為主體的教學模式能否成為常規？（張奠宙，2002）。

與現行教材中主要採取的「定義、公理—定理、公式—例題—習題」的形式不同，《標準》提倡以「問題情境—建立模型—解釋、應用與拓展（反思）」的基本模式展開內容。（《數學課程標準》研製組，2000）。

## 情境設置與「貼近生活」

「新課程特別倡導用具體的、有趣味的、富有挑戰性的素材引導學生投入數學活動。」（劉兼，2002），這既可以幫助學生更好地認識數學的意義，對於調動學生學習數學的積極性也十分有利。

但是，從教學實踐的角度看，在此顯然又應提出這樣的問題：「情境設置」是否應當被看成數學教學中引入課程內容的唯一合理方法，以致在任何情況下都不應採取其他的方法，即如「單刀直入」地直接引出主題？另外，同樣重要的是，對於所說的「情境設置」我們又是否應當作出好與壞（或者說，恰當與不恰當）的必要區分？

事實上，由具體實例（如吳正憲，2003）的考察我們即可看出：

一個好的「情境設置」不應僅僅起到「敲門磚」的作用，也即僅僅有益於調動學生的學習積極性，而還應當在進一步的教學活動中自始至終發揮一定的導向作用。另外，由於課堂教學的高效性正是我國數學教學的一個優秀傳統（鄭毓信，2002），因此，從這樣的角度去分析，顯然也應被看成「在課程改革此新形勢下如何繼承與發揚我國優秀的數學教學傳統」這重要課題的一個重要方面，即是應當切實處理好「情境設置」與「教學的高效率性」這兩者之間的關係。

對於「情境設置」的突出強調並直接關係到中國大陸新一輪數學課程改革的另一重要指導思想：數學課程內容應當「貼近學生的現實生活，不斷溝通生活中的數學與教科書上數學的聯繫，使生活和數學融為一體」（教育部基礎教育司，2002，頁112）。在此筆者僅指明以下幾點：

第一，「情境設置」不應唯一地被理解為「生活情境」；毋寧說，這事實上也應被看成新一輪數學課程改革所普遍存在的一個錯誤傾向，即是對於學校數學「生活化」的不恰當強調，乃至在一定程度上導致了用「生活味」去完全取代數學教學所應具有的「數學味」。

第二，這正是認知活動現代研究的一個重要結論，即是應當明確肯定認知活動的情境相關性。從而，即使是同樣的問題在不同情境中也完全可能具有不同的意義；又由於「課堂」本身也是一種特殊的情境，因此，「現實問題」的引入就未必能夠達到使「學校數學」更接近實際生活的目標，因為，在學校這樣一個特殊的環境中，學生們往往會（有意識或無意識地）忽視各種現實的考慮。

第三，相關的實踐也已表明，調動學生的生活經驗既可能對學生的數學學習產生積極的作用，但也可能產生負面的影響。因為學生的生活經驗不僅各不相同，更有著十分豐富的內容，從而，通過「貼近生活」以調動學生的生活經驗就未必如我們所期望的那樣恰能為數學概念或知識的學習提供一個合適的基礎，而還可能包括許多不相干、甚至是有一定干擾作用的成分。

## 合作學習與「學習共同體」

對於合作學習的提倡也是新一輪數學課程改革的一個重要特點。例如，《全日制義務教育數學課程標準·實驗稿》就曾明確指出：「有效的數學學習活動不能單純地依賴模仿與記憶，動手實踐、自主探索與合作交流是學生學習數學的重要方式」（中華人民共和國教育部，2002，頁2）。

那麼，在教學中我們又應如何去實行「合作學習」呢？特別是，什麼是好的「合作學習」所應滿足的一些基本要求呢？

就當前而言，筆者特別強調以下幾點：

第一，如果沒有各個主體的自覺反思，不同成員間的互動作用就不可能得到真正落實。進而，這事實上也就可以被看成切實改變「表面上的熱熱鬧鬧」——在新一輪的課程改革中經常可以看到的不足——的現象的關鍵所在。

第二，合作學習不應停留於各個成員在形式上的「參與」，即如在不同成員之間進行了明確分工，而主要是指各個成員有著共同的目標或「使命感」，並能真正做到資訊與內容的「共用」。與此相對照，這也是我們在當前所應特別關注的，即是如何能夠有效地防止以下現象的出現：小組學習的實際結果只是以幾個「小老師」取代了原來的教師，也即只是為少數學生提供了一個較為理想的成長環境。

第三，除去認知方面的促進作用以外，我們也應注意非認知的方面（身分的形成與改變），特別是幫助每個學生都能學會尊重別人、欣賞別人，包括對於共同體必要規範的自覺遵守。這樣，我們就不僅能夠促進每個學生的參與和發展，而且也能從整體上創建出一個好的「學習共同體」，或者說，一個好的「數學課堂文化」。

例如，在筆者看來，也就只有從「認知與身分」的同時發展這一角度去分析，我們才能更為深刻地去理解以下轉變的意義：「我從孩子們的日記中看到他們分析事理的能力愈來愈強；從課堂中聽到他們使用的辭彙愈來愈清晰有理；從他們的同學互動中感覺到容

忍與愛心的滋生，一切的一切，讓我覺得不只是與他們共同討論數學而已，重要的是培養一個會做理性批判思考、會主動學習、會容忍異己欣賞別人以及有世界觀的國民」（鄔瑞香，1999）。

## 學生自主探究與教師的必要指導

與唯一強調學生的自主探究的片面性立場相對立，現今人們應當說已更清楚地認識到這點：在積極提倡學生的主動探究的同時，也應明確肯定教師在這過程當發揮重要的指導作用。

那麼，教師究竟應當如何去發揮所說的指導作用？特別是，什麼又是教師發揮指導作用的恰當方法？在此僅從適當的提問與案例這兩點去進行分析。

事實上，課堂提問也正是中國大陸廣大數學教師十分擅長的一種教學方式。例如，在八年級的一堂幾何課中，任課教師共出了105個問題，其數量之多甚至連她自己也不敢相信（顧泠沅等，2004，第1.1節）。但是，這卻又是這方面的一個不足之處，即教師在課堂中所大量使用的主要是純粹回憶式的問題或不需任何思考就可回答的「簡答題」，從而，我們就應更加注意如何能夠提高課堂提問的品質，即努力增強問題的「啟發性」。<sup>3</sup>

另外，就案例的使用而言，關鍵則又在於如何更為深入去認識案例的作用。例如，案例的使用顯然應當同時包括正例和反例：前者的作用主要在於「通過向學習者提供他們不具備的經驗的表徵，來支持意義的形成」，也即為新的學習活動提供必要的「鋪墊」；後者的作用則是在學習者頭腦中引起一定的「認知衝突」，從而也就可以為觀念的更新提供必要的基礎。再例如，這事實上也可被看成案例的一個重要作用，即是提供必要的比較，從而就不僅可以為學習者提供直接的啟示，而且也可促使他們更為清楚地認識問題與方法的多樣性，並能通過比較實現必要的優化。<sup>4</sup>

進而，也正是從後一角度去分析，筆者以為，適當的「強化」與「弱化」同樣應被看成教師發揮引導作用的一個重要手段，特別

是，就當前而言，我們既不應因強調解題方法的「多樣化」而忽視必要的「優化」，也不應因堅持「教學工作應當以學生為本，以學生的發展為本」而事實上成為了少數調皮學生的「尾巴」。

例如，在筆者看來，以下的提法即就完全忽視了數學學習本質上也是一個「優化」的過程：「在提倡演算法多樣化的同時，老師要不要提出一種最優的解法，對這一問題課程標準研製組曾經組織過一次討論，大家的意見是：所謂最優解法，要和學生的個性結合起來，沒有適合全體學生的最優方法。每個學生的學習方式、思維方式都是獨特的，我們要尊重學生自己的選擇，不能以一個學生或一批學生的思維為基準來規定全體學生必須掌握的所謂的最優解法」（《小學青年教師》編輯部，2002）。恰恰相反，筆者以為，學生的個體差異並不應成為教師「無所作為」、「放之任之」的理由，毋寧說，這正是教學工作的一個重要方面，即是應當通過必要的比較與啟發幫助學生很好地去實現思維的必要優化。

## 動手實踐與活動的「內化」

可以通過又一課例指明在這一方面所存在的一些問題或不足之處：

這是關於「可能性」概念的一堂課。為了幫助學生很好地掌握相關的概念，在通過與「必然性」的對照引進了「可能性」的概念以後，教師安排學生以小組（4-5人）為單位從事了以下的「遊戲」：每個小組都配置了一個口袋，其中分別裝有若干個粉色的球和黃色的球，教師要求學生每次摸出一個球，並對所得出的結果加以記錄，然後算出一共摸了多少次？特別是，其中有多少次是粉球？多少次是黃球？顯然，教師在此的主要目的即是希望學生通過動手實踐即能更好地體會可能性的「大」和「小」；也正因為此，在小組實踐以後，教師又安排了全班性的彙報，教師並以各個小組所得出的「資料」為基礎引出了這樣的結論：「口袋裏的粉球越多，摸到粉球的可能性就越大；如果口袋裏的黃球越多，摸到黃球的可能性就越大。」

一般地說，積極引導學生動手實踐也正是中國大陸新一輪數學課程改革所積極宣導的一種學習方式；然而，就實際的教學活動而言，筆者以為，關鍵的因素恰又在於我們不應將所說的「動手實踐」與一般的課堂遊戲簡單地等同起來，而兩者的一個重要區別則就在於前者有著明確的目的性：不僅教師對此應有清楚的認識，我們也應努力幫助學生清楚地瞭解這種意圖，從而才能使得相應的活動真正成為他們的自覺行為，並才有可能較好地實現所希望的目標。

也正是從上述的角度去分析，筆者以為，我們在此就應認真思考「可能性」概念的教學是否應當採取上述的活動形式？因為，實際地「摸一次球」對於學生掌握「可能性」的概念未必具有直接的促進作用；而且，在所說的課例中，由於學生事先並不知道「摸球」活動的真正意圖，因此，大多數學生不僅對其他小組、甚至對本組其他成員所得出的資料也沒有表現出任何的興趣。

綜上可見，與單純的形式追求相對照，在數學活動的組織中我們應更加注意下列問題：究竟為什麼要讓學生從事相應的活動？我們又如何才能使之真正成為學生的自覺行為？進而，以下則又可以被看成對實際教學情況進行回顧和總結（包括評價）時所應特別關注的三個問題：學生究竟在做什麼（what）？為什麼要這樣作（why）？這樣作了究竟又產生了什麼樣的效果（how）？

其次，就數學學習中的實踐活動而言，筆者以為，我們又應特別注意「活動的必要內化」，因為，如果我們始終停留於實際操作的層面，而未能很好地實現活動的「內化」，包括思維中的必要重構，就根本不可能發展起任何真正的數學思維。

為了清楚地說明這樣一點，在此並可聯繫代數思維的基本形式來進行分析。具體地說，這正是數學思維現代研究的一個重要成果，即是指明了「凝聚」，也即由「過程」向「物件」的轉化構成了數學思維，特別是代數（包括算術）思維的一個基本形式。這也就是說，有不少概念在最初是作為一個過程得到引進的，但最終則又轉化成了一個對象——對此我們不僅可以研究它們的性質，也可以此為直接物件去施行某些新的運作（對於所說的「運作」應作廣義理

解，即未必是指具體的運算，也包括任何一種數學運演，甚至不一定要有明確的演算法）。

但是，以上所說的由「過程」向「物件」的轉變究竟是如何實現的呢？或者說，究竟什麼是與「凝聚」這一思維形式直接相關的思維過程呢？作為一種可能的解釋，著名以色列數學教育家斯法德提出了如下的「三階段說」（鄭毓信，2001），即是認為所說的思維過程包括了這樣三個階段：第一，內化（interiorization）；第二，壓縮（condensation）；第三，客體化（reification or objectification）。其中，「內化」和「壓縮」可視為必要的準備：前者是指用思維去把握原先的視覺性程式，這也就是說，我們在此已不再是由前一個步驟依次實際地去啟動下一個步驟，而是在頭腦中建立起相應過程的整體性心理表徵；後者則是指相應的過程被壓縮成了一個更小的單元，從而我們就可從整體上對所說的過程作出描述或進行反思——我們在此不僅不需要實際地去實施相關的運作，還可從更高的抽象水準去對整個過程的性質作出分析，即如我們可以僅僅考慮整個運作的效用，而不必具體地去涉及相應的運算過程。最後，相對於前兩個階段而言，「客體化」則代表了質的變化，即是用一種新的視角去看一件熟悉的事物：原先的過程現在變成了一個靜止的物件。

顯然，就我們目前的論題而言，以上的研究十分清楚地表明了這一點：相對於動手實踐而言，我們更應注意活動的必要「內化」。從而，在實際的教學中，我們就不僅應當讓學生看一看、摸一摸、做一做，而且，隨著學生年齡的增大，我們也應讓他們算一算、畫一畫（指幾何圖形），進而，更為重要的是，我們又應十分重視引導學生深入地去想一想，說一說！

## 結語

以上的分析顯然表明，教學方法的變革不應被理解成教學模式的簡單取代；恰恰相反，我們在此應當採取更為開放的態度，這就



是說，我們既應積極地去引進各種新的教學方法，但同時則又應當防止各種簡單化的理解與絕對化的主張，特別是，不應將「新、舊」看成區分教學方法「好、壞」的主要標準，並因此而對某些教學方法採取絕對肯定或絕對否定的態度。與此相對照，我們應當更為明確地提倡教學方法的多樣化，並應通過積極的教學實踐深入地去認識各種方法的優點與局限性，從而就能依據特定的教學內容、物件、環境（以及教師本人的個性特徵）創造性地加以應用。

應當指明，上述的立場不僅可以被看成教師工作專業化性質的一個直接結論，即是十分清楚地表明了教學工作的自主性與創造性，而且也可被看成在教學方法的改革上真正超越形式主義的一個具體標誌。

另外，就數學教育深入發展而言，我們則又不僅應當再次強調如下的「六件要事」（鄭毓信，2001，頁82-91）：

1. 政府行為與學術研究導向作用的必要互補
2. 數學教育的專業化
3. 建立課程改革持續發展的良好機制
4. 認真作好教師的培養工作
5. 辦好數學教育的各級刊物
6. 健康的學術氛圍與合作傳統的養成

而且也應對此作出必要的補充，因為，這事實上也可被看成過去幾年的課改實踐所給予我們的重要啟示或教訓：

7. 努力防止與糾正兩極化的思維方法，切實避免作法上的極端化與片面性
8. 進一步確認教師在教學中的主導地位與課程改革中的主體地位
9. 高度關注國際上的相關發展並從中吸取有益的啟示和教訓，特別是，應切實避免重複別人已犯過的錯誤或曲折，及
10. 切實加強理論學習和研究

## 註釋

1. 這正是筆者在2003年10月於瀋陽召開的「義務教育階段數學課程標準修訂工作研討會」上提出的一個意見，即是認為「發現問題、解決問題」正是課程改革深入發展的關鍵所在。詳見鄭毓信(2005)。
2. 除教學方法的改革以外，我們也可在其他方面看到形式主義的表現。如在教材的編寫中，人們往往特別重視教材的某些「顯性」特徵，如引入方式、表述方式等；但對那些更為深刻的問題，如教材的科學性與嚴密性，整體性知識結構的合理性等，卻未能給予足夠的重視。更為一般地說，在很長時間內人們往往就以「是否符合課程改革的基本理念」作為評價課堂教學，以及教材編寫的主要標準，但卻忽視了還應更為深入地去分析相關的理念是否真的符合科學性、是否真的合理？
3. 應當提及的是，在中國大陸已經得到普遍開展的「數學方法論」的學習在這方面起到十分積極的作用。有關此例可參見鄭毓信(1991)。
4. 值得指出的是，我們事實上也可從案例的適當應用這一角度對「變式教學」在數學教學中的用法作出分析：通過例子的適當變化，我們即可幫助學生更好地掌握「變化中的不變因素」，也即概念的本質。對此可見鄭毓信(2006)。

## 參考文獻

- 《小學青年教師》編輯部(2002)。〈關於計算教學改革的討論〉。《小學青年教師》，第5期，頁13-15。
- 中華人民共和國教育部(2002)。《全日制義務教育數學課程標準·實驗稿》。北京：北京師範大學出版社。
- 吳正憲(2003)。〈平均數(教學設計)〉。載馬雲鵬、孔企平(主編)，《新課程理念下的創新教學設計·小學數學》(頁175-179)。長春：東北師範大學出版社。
- 張奠宙(2002)。〈在改革的潮頭上〉。《小學青年教師》，第5期，卷首語。
- 教育部基礎教育司(2002)。《全日制義務教育數學課程標準解讀》。北京：

北京師範大學出版社。

鄔瑞香(1999)。〈我的蛻變與成長〉。轉引自林文生、鄔瑞香著，《數學教育的藝術與實務》(頁21-22)。台北：心理出版社。

《數學課程標準》研製組。(2000)。〈《義務教育階段國家數學課程標準》特點〉。《數學教育學報》，第4期，頁1-11。

劉兼(2002)。〈如何處理好數學課程改革中的幾個重要問題〉。《小學青年教師》，第1期，頁4-5。

鄭毓信(1991)。《數學方法論》。南寧：廣西教育出版社。

鄭毓信(2001)。〈數學教育深入發展的六件要事〉(頁82-91)。〈創新與數學教育〉(頁94-100)、〈開放性問題與開放式教學〉(頁276-180)。載鄭毓信著，《數學教育：從理論到實踐》。上海：上海教育出版社。

鄭毓信(2002)。〈文化視角下的中國數學教育〉。《課程、教材與教法》，第10期，頁44-50。

鄭毓信(2005)。〈審思數學課程改革〉。載鄭毓信著，《數學教育：動態與省思》(頁34-83)。上海：上海教育出版社。

鄭毓信(2006)。〈變式理論的必要發展〉。《中學數學月刊》，第1期，頁1-3。

顧泠沅等(2004)。《尋找中間地帶》。上海：上海教育出版社。

## Reflecting on Mathematics Education Reform in the Chinese Mainland—From a Pedagogical Perspective

Yuxin ZHENG

### *Abstract*

*Some of the most important features of the new round of mathematics education reform in China include the promotion of new teaching methods such as the use of situational settings, active exploration, collaborative learning and learning through practice. Yet in reality, it is obvious that the above are merely observed as formality. Focusing on the problems emerging through practice, this paper offers a theoretical analysis of pedagogical reform, which aims not to distinguish “good” and “bad” teaching based on the criteria of “new” and “old”. A variety of teaching methods should be encouraged, and their merits and demerits should be studied thoroughly.*

---

鄭毓信，南京大學哲學系教授、博士生導師。

聯絡電郵：yuxin@nju.edu.cn