

## 試論中國數學發展與皇朝盛衰以及 外來影響的關係\*

陳方正

香港中文大學中國文化研究所

中國數學歷史悠久延綿，自漢以降，代有名家與新發現，其發展與所謂西方科學進步呈現起伏、斷裂，中國科學則為穩緩進步之說，似乎相合。<sup>1</sup> 然而，實際上是否的確如此？中國傳統數學之整體發展究竟顯示怎樣一種模式？在近代眾多中國數學史著作中，此問題之討論尚未多見。本文目的，僅在於就目前已考據明白之資料，提出數點初步意見。至於抉微發隱，尋根探源，自更深層次了解中國數學之發展，則尚有俟於來者。

### 一、歷代疇人數目變化之提示

十七世紀初西方天文學與數學傳入中國，其始百餘年間引起國人莫大興趣，自皇帝公卿以下，研習者頗不乏人；但雍正施行海禁以後，此外來影響反而激起搜輯整理古籍，冀求重新發揚古學之風。在此風氣影響下，阮元於十八世紀末編撰《疇人傳》，臚列歷代二百四十三位本國以及三十七位西洋「疇人」事跡與學說。此舉無疑具有中國士大夫首次自覺地對傳統曆算之學作一鳥瞰，並以之與西學作一比較之意義。歷來天文數學並不分家，因此將《疇人傳》所載各時期之疇人出現率及其相關篇幅佔用率作一統計，或可用為該時期數學活動之粗略指標。自指標變化，亦可大略窺見數學發展之若干消息。表一所列，就是從秦漢開始，以迄十六世紀末為止的統計。從十七世紀開始，西方數學大量傳入中國，其發展方式發生基本變化，有關數字因不復列入。

\* 本文原為在1998年5月北京大學主辦之慶祝建校一百周年「漢學研究國際會議」上宣讀之論文。

<sup>1</sup> 這一說法見於一篇李約瑟訪問，收入胡菊人：《李約瑟與中國科學》（香港：文化生活出版社，1978年），頁38-41；該文中所用的關鍵圖解則出於Joseph Needham, *Clerks and Craftsmen in China and the West: Lectures and Addresses on the History of Science and Technology* (Cambridge: Cambridge University Press, 1970), p. 414，但是用以解釋另一現象。該說法與圖解後曾在《科學傳統與文化》（西安：陝西科學技術出版社，1983年），頁3-5被引用。

從表一可見疇人出現率以及其篇幅佔用率呈現規則性漲落交替：在兩漢、隋唐、明這三個皇朝力量較強盛的時代指標較低，在魏晉南北朝和宋元這兩個外族入侵，皇朝衰弱甚至為外族征服的時代則指標上升。換言之，指標所顯示之歷代數學活動水平並非如想像般連續不斷上升，而呈現與皇朝盛衰背道而馳之勢，這是令人感到相當詫異的。

表一：《疇人傳》所載列各時代疇人數目及其所佔篇幅<sup>(a)</sup>

時代	年數	卷號	疇人數目	出現率 (人數/年數)	所佔頁數	佔用率 (頁數/年數)
兩漢	440	卷2-4	25	0.057	45	0.102
魏晉南北朝	369	卷5-11	45	0.122	77	0.209
隋唐五代	371	卷12-18	26	0.070	56 <sup>(b)</sup>	0.151
宋金元	408	卷19-28 卷47	50	0.123	124 <sup>(c)</sup>	0.303
明(至1600)	233	卷29-31	27	0.116	39	0.167

(a) 所有與本書有關的數字俱以下文注17中所列版本為依據。

(b) 阮元特別推崇僧一行，詳錄其著作，個人竟獨佔三卷(卷十四至十六)篇幅，此處僅計入卷十四之篇幅；書中僅有祖沖之、郭守敬、李謙等三人各獨佔一卷(李謙佔一卷半)。

(c) 李謙所佔篇幅超過一卷(卷二十六)者亦未計入。

當然，《疇人傳》所看重的，是官方曆算工作，而非數學研究；對許多數學上的原創性發現和突破(例如秦九韶和李治的工作)，它更缺乏深入了解；而它的甄選標準和論述體例，也不符合現代數學史的準則與要求。因此，它並非衡量數學發展的可靠依據。此外，在計算有關各時代疇人的篇幅時，我們作了一些合理但並無客觀準則的調整。所以表一(特別是「佔用率」欄)尚不能視為具有確切意義之證據。然而，自其所顯示之現象，當亦可對中國數學之發展模式，得到有用之提示。

## 二、歷代數學發展概況

中國數學史的近代研究以李儼和錢寶琮兩位在本世紀初的工作為前驅，其後在許多中外學者的推動下不斷深化和擴大；迄八十年代末馬若安(Jean-Claude Martzloff)的《中國數學史》<sup>2</sup>面世，則已達到成熟階段。因此，對中國歷代數學發展概況，包括主要數學

<sup>2</sup> Jean-Claude Martzloff, *A History of Chinese Mathematics*, trans. Stephen Wilson (Berlin: Springer-Verlag, 1997)(此為最近英譯本)；在馬若安之前李約瑟(Joseph Needham)的《中國科技史》第三卷(*Science and Civilisation in China, vol. 3, Mathematics and the Sciences of the Heavens and the Earth* [Cambridge: Cambridge University Press, 1959])亦是一本重要的綜合性著作，但此書現已稍嫌過時。

家、數學著作以及重要新發現等等，學者大體上已有共識。爲了便於討論，我們綜合自秦漢以迄元明將近二千年間的發展概況，分九個時期在表二列出。<sup>3</sup> 關於這個表，有如下幾點說明：(一)由於秦漢以前沒有足以徵信的數學文獻，也沒有詳確的有關記載，1600年以後則如前述，情況起了根本變化，所以此表所列，以秦漢至十六世紀末爲限；(二)此表著重數學發展與創新，所以歷史上以精於算術或天文、曆法著稱，但並無重要著述或新發現的人物，例如漢代的張蒼、耿壽昌、鄭玄，金、元時期的張文謙、劉秉忠，明代的柯尙遷、顧應祥等俱不列入；(三)隋唐以前大部分數學著作和多位數學家的確切年代難以斷定，但根據參考文獻的考證按先後次序分列於不同時期則問題不大，本表即按此方式處理。以下我們先就表二所臚列的情況，作一概括討論。

表二：中國歷代數學發展概略(附\*號者爲亡佚著作)

時代(年數)	主要數學家及其著作	主要發現及進展
秦及西漢 221B.C.-A.D. 8 (229)	《周髀算經》 《九章算術》 許商：《許商算術》* 杜忠：《杜忠算術》*	結集前代累積的著作爲定本，內容包括四則、分數、開平方及立方、簡單幾何形體計算、二次方程及聯立方程、勾股定理的應用、利用比例作遙測等等
東漢 9-219 (210)	劉歆、張衡 徐岳：《數術記遺》	圓周率的初步改進 大數目的命名；提及九宮即幻方圖(?或爲甄鸞偽託)
魏晉 220-419 (200)	王蕃 趙爽：《周髀算經注》、《勾股圖方圖注》 劉徽：《九章算術注》、《海島算經》 《孫子算經》 何承天	提出另一圓周率 證勾股定理，並以勾股圖解二次方程 用割圓術改進圓周率；證球與牟合方蓋之體積關係；用重差術作遙測 同餘問題的提出 提出另一圓周率

<sup>3</sup> 有關數學史資料主要取自李儼：《中國算學史》(上海：商務印書館，1937年初版，1955年修訂重版)；李儼、杜石然：《中國古代數學簡史》(香港：商務印書館，1976年)；錢寶琮(校點)：《算經十書》(北京：中華書局，1963年)；錢寶琮：《錢寶琮科學史論文集》(北京：科學出版社，1983年)；何丙郁、何冠彪：《中國科技史概論》(香港：中華書局，1983年)；以及Martzloff, *A History of Chinese Mathematics*。至於數學典籍之彙編最全面和便於應用的是錢寶琮校點的《算經十書》以及郭書春主編的《中國科學技術典籍通彙·數學卷》第一分冊(鄭州：河南教育出版社，1993年)。

時代(年數)	主要數學家及其著作	主要發現及進展
南北朝 420-588 (168)	祖沖之、祖暅之：《綴術》* 《張邱建算經》 《夏侯陽算經》、《五曹算經》、 《五經算經》 甄鸞：《甄鸞算術》* 多種婆羅門算經、算法的傳入*	圓周率的精密計算、球體積正確公式之發現 聯立方程組解法；不定方程組問題 為多種算經作注釋
隋唐五代 589-959 (370)	劉焯：編《皇極曆》 王孝通：《緝古算經》 僧一行：編《大衍曆》 李淳風：注十部算經 瞿曇悉達：編《開元占經》，包括譯著《九執曆》	提及二次內插法的應用 開帶從立方(解三次方程)，但不詳不等間距內插法的應用 數學教育的制度化 印度數學的傳入，包括希臘圓弦量法、正弦函數表、印度數碼等，但未發生重要影響
北宋 960-1126 (166)	賈憲：《黃帝九章算法細草》* 劉益：《議古根源》* 沈括：《夢溪筆談》	增乘開方法(Horner's method)的發明；高次二項式系數之發現 上項方法推廣至任意首項系數 創「會圓術」求弓形面積；以「隙積術」作高階等差級數研究
南宋 1127-1278 (151)	秦九韶：《數書九章》 楊輝：《詳解九章算法》、《詳解算法》、《日用算法》、《乘除通變本末》、《田畝比乘除捷法》、編《續古摘奇算法》	一次同餘式組的解法(大衍求一術)，以及數字高次方程式的近似解法(正負開方術) 高階等差級數研究的發展；多至十行的多種幻方；保存賈憲、劉益的增乘開方法
金 1115-1234 (119)	李治：《測圓海鏡》、《益古演段》	天元術，即系統地為問題開列單元高次方程式並整理成有理形式的代數方法之發現
元 1279-1367 (88)	朱世傑：《算學啓蒙》、《四元玉鑑》 王恂、郭守敬：編《授時曆》	四元術，即多元高次方程式組的設定和解法，包括相關多項式的整理； 堦積招差法，即高階等差級數之求和； 八階巴斯噶三角形之出現 三差術，即以三次多項式作內插法來描述天體運動；利用沈括的會圓術進行球面三角計算

時代(年數)	主要數學家及其著作	主要發現及進展
明 1368-1600 (232)	吳敬：《九章算法比例大全》 程大位：《直指算法統宗》	算盤出現，逐漸取代籌算；簡捷四則算法和有關歌訣的發展，前期高深數學的失傳

### 甲、秦漢

這是中國第一個大一統皇朝時代，亦是中國數學的成型時期。自遠古以來逐漸累積的數學知識至此凝聚、結集成為具有一定版本(雖然這版本日後仍時有變動)的典籍，即《九章算術》。它不但被奉為主臬，而且在唐代成為欽定教科書。在思維模式上，亦即在數學問題的範圍、性質、解答方法以及論述方式等各方面，它對後代產生了極其深遠，甚至可以說是決定性和規範性的影響。以具體的實用問題為出發點，以論述解決問題的運作程序(algorithm)為目標，而不注重程序背後的理論以及由此形成的抽象觀念等等中國傳統數學特徵，都是在這階段通過《九章》表現出來，並且成為典範的。其後學者在個別方面雖不斷有創新，但鮮有能夠突破其所定立之格局者。

關於這一階段，尚有兩點補充。第一，是關於比《九章》更早出現的《周髀算經》。在性質上，它是一部具有相當嚴謹結構而且推理性頗強的天文學著作，但這些特點並未能成為典範而流傳下來，發揚光大；就數學水平和運作方式而言，則它和《九章》並無大差別。<sup>4</sup> 其次，雖然不少學者曾給予《九章》極高評價，但近數十年大量出現的新資料顯示，它並不算獨特。古埃及的林德手卷(Rhind Papyrus)和莫斯科手卷(Moscow Papyrus)以及古代巴比倫所遺留的數千塊數學問題陶泥版(clay tablets)在時代上屬公元前十五至十八世紀，即夏商之交，但其中所載數學問題的性質、模式，以及所顯示的運算能力則已經和《九章》大體相若。<sup>5</sup> 可以說，在幾個遠古農業文明之中，像《九章》這麼一部累積性和實用性的數書是相當典型，而並非獨特的。

### 乙、魏晉南北朝

這是一個長期分裂、混亂、沒有正統秩序的時代，政治上天下一統的局面被打破，思想上儒家喪失唯我獨尊的地位，大量知識分子傾向於老莊或者釋氏教義，因此，是個整體

<sup>4</sup> 有關討論見陳方正：〈有關《周髀算經》源流的想法和設想〉，載《華夏文明與傳世藏書》(北京：中國社會科學出版社，1996年)，頁376-90，以及該文所引資料。

<sup>5</sup> 有關古埃及手卷見Carl B. Boyer, *A History of Mathematics* (Princeton: Princeton University Press, 1985), pp. 12-23，以及Gay Robins and Charles Shute, *The Rhind Mathematical Papyrus* (New York: Dover, 1987)；有關巴比倫陶泥版見Boyer同書，pp. 26-46；O. Neugebauer, *The Exact Sciences in Antiquity* (New York: Dover, 1969), pp. 29-48；以及O. Neugebauer and A. Sachs (eds.), *Mathematical Cuneiform Texts* (New Haven: American Oriental Society and the American Schools of Oriental Research, 1945)。

破滅，個性伸張，外來影響高漲的時期。如所周知，這亦是中國數學史上第一個黃金時代。一方面，它顯示了穩定和緩漸的進展，這包括多種《九章》、《周髀》注釋本以及多種新算經(其中至少六種流傳至今)的出現。它們拓展了若干新領域，如同餘問題、不定方程組和聯立方程組等等，為以後的進一步發展奠定基礎。另一方面，劉徽、祖沖之、祖暅之三位學者初次把數學引導向推理和系統理論的途徑，並且在圓周率和球體積研究上獲得突破性結果。同時，這也是印度天算開始隨佛教輸入中國的時期：史籍明載，北周天和年間(569)曾出現以婆羅門為名的天文經、算法、算經、算曆六種之多，但顯然它們並未產生重要影響，現在都已經亡佚。

### 丙、隋唐五代

這是中國歷史上第二個輝煌的皇朝時代：很奇怪，整體而言它卻是數學上一個顯著的停滯時期。可能是由於前一階段風氣的影響，在初唐數學仍然受到高度重視，成為國家教育和考試體制的一部分。可是，正如幾乎所有論著指出，這對數學的發展並沒有絲毫促進作用。事實上，有唐一代，數學上的重要發展基本只有兩項：初唐王孝通的《緝古算經》(約626)，包括它所提及但完全沒有任何解釋(更不必說論證)的「從開立方」法；以及隋代劉焯(544-610)和其後僧一行(683-727)為了曆算而發展的內插法。倘若我們把王孝通和劉焯視為南北朝數學傳統的餘緒，那麼整個唐皇朝在數學上的建樹委實貧乏得出奇。

另一方面，印度天算之學在唐代繼續流入中國：貞元年間(785-804)出現了「聿斯經」多種，但其後亡佚；太史監瞿曇悉達(Gautama Siddharta)在開元年間(729)編《開元占經》，此書保存了大量緯書以及戰國時代石申、甘德明及巫咸氏三家的占星資料，並且包括自梵文譯出的《九執曆》，以及關於希臘圓弦量法、正弦函數表、印度數碼等等的記載。它在南宋亡佚，到明代萬曆年間才奇蹟似地為人在佛像中發現，因而能流傳至今，這可說是極珍貴的一部古代天文學與星占學大全。<sup>6</sup> 然而，隋唐將近四百年間，所有上述的外來新觀念、新方法似乎都沒有對中國數學產生重要影響，更不必說引致突破，其唯一的可見影響，只不過是極大和極小數目的命名而已。《新唐書》對《九執曆》的評論是「其算皆以字書，不用籌策。其術繁碎，或幸而中，不可以為法。名數詭異，莫之辨也」，<sup>7</sup> 這可以說是時人典型保守心態的反映吧。

### 丁、宋金元

宋代積弱，自始即與北方相繼興起的遼、西夏、金等強大異族國家對峙，繼而被迫逐步往南退卻，以迄亡於元為止。奇怪的是，數學上這卻是中國第二個黃金時代，而且比魏

<sup>6</sup> 此書收入《秘書集成》(北京：團結出版社，1994年)9-12冊(影印本)，並另有李克和校點的排版本(長沙：岳麓書社，1994年)，兩卷。

<sup>7</sup> 見《新唐書》(北京：中華書局，1975年)卷二十八下，頁692。

晉南北朝更為輝煌。北宋出現了賈憲、劉益、沈括這三位重要數學家；在南宋末年以迄元初百年間(1200-1300)在北方出現了李治(金人)和朱世傑(元人)，在南方則有秦九韶和楊輝。他們在代數學(主要是多項式的運算以及一次與高階多元方程式組的數值解)、高階等差級數以及一次同餘式組通解(大衍求一術)等各方面的卓越成就，無疑將中國古代數學帶到頂峰。其中大衍求一術的精妙，是和十八、十九世紀歐拉(Euler)和高斯(Gauss)兩位近代大數學家等量齊觀的。<sup>8</sup>此外，王恂和郭守敬兩位曆算家在內插法的應用和球面三角學方面，也有重要的新發展。

宋代是儒學在其內涵經過轉化之後大事振興的時期，而由此形成的新儒學或所謂道學卻包含有相當的象數成分。因此，宋代數學之突飛猛進是否與儒學有關也是一問題。但就目前的資料看，二者之間其實並無真正關聯。<sup>9</sup>另一方面，宋人長期與異族接觸，在數學上受外來影響的可能性自然存在。但由於文獻缺乏，外來因子與宋元各項重要數學發展是否有直接關係頗難有定論。

#### 戊、明代

在明代漢人恢復了政權，而且經濟發達，學校教育受重視，雖然國勢遠不能與漢唐相比，畢竟是個一統和相當穩定的皇朝。然而，在宋元之間發展到巔峰的數學，至此卻一落千丈，不但「天元術」、「四元術」、「大衍求一術」等等在十五世紀失傳，甚至連自古以來作為數學運算基礎的籌算法也在十五至十六世紀間被逐漸拋棄，為更簡捷的珠算替代。然而，珠算便於四則運算，卻不如籌算可用以解方程式或者作多項式運算。因此，這一變化是數學整體發展的一個大倒退。從吳敬全以籌算為基礎的《九章算法比例大全》(1450)到程大位全以算盤為基礎的《直指算法統宗》(1592)，正好反映這一鉅變。有明一代，直至十七世紀初《幾何原本》出現之前，數學上唯一的重要進展，就只限於各種珠算歌訣和所謂「捷法」的發展和普及了。

縱觀兩漢、魏晉南北朝、隋唐、宋元和明五個時代的數學發展，似乎不能否認，在大體上它與皇朝盛衰的確具有反向升降的關係，即數學在「衰世」發達，在「盛世」停滯無大進展(所謂「盛」、「衰」，指皇權鞏固與伸張與否而言，與經濟繁榮並無必然關係)。換言之，疇人數目變化所透露的消息得到了印證。此種關係是否僅屬巧合或者只為一種表象，抑或有其更深層之內在原因？這是一個複雜的科學社會學問題，下文不擬就此提出一種理論或者整體答案，而僅指出若干可能解釋(其中部分已經前人論述)，以求引起進一步探討而已。

<sup>8</sup> 例如，見Martzloff, *A History of Chinese Mathematics*, 頁322之評論。

<sup>9</sup> 見〈宋元時期數學與道學的關係〉，載錢寶琮：《錢寶琮科學史論文集》，頁579-96。

### 三、皇朝盛衰對數學發展之可能影響

皇朝盛衰基本上為政治秩序以及社會整合程度之反映，以創新活力衡量之數學發展則大體反映極少數天才之突破性發現。此二者之間是否有深層之內在聯繫，實難舉出確鑿證據加以論斷。以下我們由兩個不同方面探討此種關係存在之可能性。

#### 甲、皇朝對數學之促進作用

首先應當注意的，是皇朝對數學的需求以及因此而產生的促進作用。就需求而言，顯然大一統皇朝在戶口、錢糧、生產、軍需之管理，以及種種土木與水利工程之設計、測量、施工等各方面，在在皆需要大量具有數學知識之人才，此種需求在流傳至今之多種算經問題上有頗為全面和清楚之反映。但古代技術發展程度有限，此等知識之要求因而亦不甚高，大體上《九章算術》之水平已足以應付。當然，亦並非沒有例外。譬如在東漢和魏晉年間準確圓周率的探求，或者唐代《緝古算經》中河堤施工問題所引出的三次方程式，都已越出《九章》範圍，並因此對數學發展起了若干刺激作用。至於天文和曆算，向來為大一統皇朝最關切之自然界問題，而且此類現象之內在規律具有促使有關官員追求精密測算之自然動力。然而，中國天文學在漢唐之間即已放棄通過幾何模型了解天象之途徑（即《周髀》中之蓋天說），轉為純粹以數值內插法推算天體位置，因此天文學對數學所起之直接刺激作用頗為有限，劉焯、僧一行、郭守敬等在內插法上之發明或已為最突出之例子。<sup>10</sup>

就中央政府對數學之直接促進而言，一種以記誦與考試標準例題為主要機制之官方數學教育（此為隋唐與明代之典型），對數學典籍之保存以及正統方法之流播固然有一定作用，但對數學本身之創新和發展則毫無培植或刺激作用。這在隋唐、宋、明數代已經顯示得十分清楚，論者亦多曾指陳過了。<sup>11</sup> 因此，總括而言，大一統皇朝對數學創新並無強烈需求，對數學之進展亦無特殊促進作用，其直接影響至多表現為一種緩慢以及有限度之激發作用。

況且，大一統皇朝對民間之數學活動尚有反面之抑制作用。宏大政治舞臺與蓬勃藝文發展可能吸引絕大部分聰明才智之士的心志，成為不利於數學之競爭性因素。例如錢寶琮即曾提出，元代建書院，倡理學，以及立科舉為定制數者，是數學始盛而終衰的主

<sup>10</sup> 值得注意的是，多位數學家例如祖沖之父子、王孝通、李淳風、沈括等等都曾參與政府中的天文曆算工作，因此很可能間接地激發了對數學的興趣。

<sup>11</sup> 見李儼、杜石然：《中國古代數學簡史》，頁125及Martzloff, *A History of Chinese Mathematics*, pp. 81-82。



要原因。<sup>12</sup> 此外，羅馬帝國興起之後，即對亞歷山大里亞學宮之濃厚數學傳統產生負面作用，終至令其成爲絕響，<sup>13</sup> 此亦可視爲上述觀點之旁證。

## 乙、皇朝崩解時期之數學發展

另一方面，皇朝秩序崩解之際，大批聰明才智之士頓失所依，或則舉族輾轉流寓於異地，累數代猶未得安頓重立根基，或則隻身流離奔竄，尋求託庇安身之所。在此情況下，其心靈上之普世性價值取向破滅，轉而發揮個人天性中之喜嗜，或寄託於宗教信仰，或潛心於無現實意義之追求如哲學或數學，或探索外方技藝之隱微，等等，實爲自然之傾向。凡此種種，自皆有可能爲民間群體網絡之滋長，亦即間接爲數學之創造與發現，提供有利條件。以下茲從此觀點對南北朝祖沖之父子以及宋元四大家之家世與數學活動背景，作一論析。

祖沖之祖籍范陽(今河北涿縣)，祖、父與本人俱出仕南朝，並精於曆算，因此爲流寓南方之曆算世家。沖之與暉之父子二人同以「之」爲名，可推知此家族與當時盛行之天師道有密切關係，極可能爲其信徒。<sup>14</sup> 較祖沖之(430-501)早一兩輩之寇謙之爲具有極大影響力之天師道首領，並受北魏太武帝崇奉(事在425年)。據《魏書·釋老志》，寇謙之曾師事「仙人成公興」學天文學(所謂《七曜》與《周髀》)；與其同時之殷紹亦曾得成公興介紹，從釋曇影與道人法穆學習數學(所謂《九章》)與醫學。<sup>15</sup> 根據陳寅恪考證，此等記載可能即爲印度數學與天文學隨佛教傳入中國之反映，亦即所謂「新蓋天說」替代寇謙之的家傳舊學。<sup>16</sup> 因此，祖沖之先世南遷之前，可能曾接觸寇謙之、殷紹、成公興、曇影、法穆此一宗教-曆算集團，在思想與學術上受其影響。此外，祖暉之不但繼承乃父之數學天才以及上書論曆之傳統，而且由於「邊境被俘」(此或爲非法越境之托詞)，曾至北魏，並於安豐王府與著名天文與數學家信都芳論學，然後南歸。<sup>17</sup> 換言之，當時南北雖然分裂，但兩方曆算家之間可能有一無形的跨國網絡，可藉之以互通聲氣，乃至相往還。

<sup>12</sup> 錢寶琮：《錢寶琮科學史論文集》，頁326；有關元代儒學之興起及其與數學發展之關係見下文有關邢台知識分子集團之討論。

<sup>13</sup> 有關此點之討論見Boyer, *A History of Mathematics*, pp. 196-97以及David Lindberg, *The Beginnings of Western Science* (Chicago: The University of Chicago Press, 1992), pp. 133-37。

<sup>14</sup> 見〈天師道與濱海地域之關係〉，載陳寅恪：《金明館叢稿初編》(上海：上海古籍出版社，1980年)，頁1-40；及同書頁107-11。

<sup>15</sup> 殷紹與信都芳見《魏書》(北京：中華書局，1974年)，卷九十一，頁1955-56；曇影見釋慧皎(著)、湯用彤(校注)：《高僧傳》(北京：中華書局，1992年)，頁243。

<sup>16</sup> 見〈崔浩與寇謙之〉，載陳寅恪：《金明館叢稿初編》，頁107-40。

<sup>17</sup> 見李儼：《中國算學史》，頁23所引《北史》及《魏書》資料；信都芳見注15及阮元：《疇人傳》(上海：商務印書館，1935年初版，1955年重印)，頁125-26。

宋元之際多位數學和曆算家之背景與經歷亦頗值得注意。<sup>18</sup> 李治(1192-1279)爲金人，曾出任鈞州知事，後因被元軍破城(1232)，逃遁於代州惇縣桐州(今山西太原以北)隱居，自始潛心研習數學；其後通過元好問三度拜見忽必烈，因被封爲翰林學士，並做過一年國史編修。但實際上其後半生歸隱講學於恒山以南之封龍山將近三十年(1251-1279)，幾乎全部游跡於林泉之下。李治之《測圓海鏡》源出於「洞淵(不能確定爲人名抑或書名)九容之說」，<sup>19</sup> 其《益古演段》實際上爲闡發平陽(山西臨汾)蔣周《益古》集之著作。所以，李治之工作實爲將當時已在山西、河北、河南一帶金人地區發展相當時日之「天元術」，亦即方程式論，加以演繹與發揚。<sup>20</sup>

邢台人劉秉忠(1216-1274)與李治經歷亦頗相似。他也在弱冠之前做過官，旋即金亡，其後二十餘年間(約1234-1257)隱居於磁州武安(今河北邢台西南磁山附近)紫金山中，聚集了同年之張文謙(1216-1283)與後輩王恂(1235-1281)、郭守敬(1231-1316)等一班年青人講論術數(除王恂之外，他們都是邢台人)。較之李治講學封龍山，此事差不多同時而稍早，因此彼此之間若有往還實不足爲奇。其後此一集團以幫助蒙古人治理邢台的機緣得到賞識，投入忽必烈幕府，即所謂金蓮川幕府，與姚樞、楊惟中等，皆成爲擁戴忽必烈登基的功臣。劉秉忠官至太保，張文謙官至大學士，其數學事業因而放棄，但王恂與郭守敬則由於參預修曆而在內插法和球面三角學作出巨大貢獻。很顯然，這一「邢台集團」所糾集的，都是聰穎飽學的知識分子。他們最初的理想只不過是隱居論學，嘯傲相得，以天文術數自娛。但後來政治上忽然間有了大發展的機會，自然擱置純粹學術工作，反倒以儒臣見用了——中統至元年間，儒學之所以能經世致用，在蒙古政權下成爲政治思想主流，便是他們的功勞。<sup>21</sup> 誠然，劉秉忠居官時始終保存着全真道長的風範以及對陰陽術數的興趣，郭守敬、王恂也終於完成了修訂「授時曆」的大業，但我們不能不感到，倘若他們像李治、朱世傑一樣，長期保持隱逸學者的身分，則學術成就可能高得多。

至於朱世傑，則比郭、王再晚一輩，《四元玉鑑》是天元術登峰造極之作，亦可視

<sup>18</sup> 以下宋元間數學之發展概況見〈金元之際數學之傳授〉，載錢寶琮：《錢寶琮科學史論文集》，頁317-26；李儼：《中國算學史》，頁98-105；李儼、杜石然：《中國古代數學簡史》，頁132-36。

<sup>19</sup> 見郭書春：《中國科學技術典籍通彙·數學卷》，第一分冊，頁1-730。

<sup>20</sup> 朱世傑《四元玉鑑》之祖頤序中已提到蔣周之《益古》、博陸(河北蠡縣)李文一之《照膽》、鹿泉(河北獲鹿)石信道之《鈴經》以及平水(山西新絳)劉汝諧之《如積釋鎖》等多種與天元術有關之著作。見郭書春：《中國科學技術典籍通彙·數學卷》，第一分冊，頁1-1206。

<sup>21</sup> 有關元初儒學的興起與政治上的影響，見孫克寬：《元代漢文化之活動》(臺北：臺灣中華書局，1968年)，特別是〈元初儒學之淵源〉章(頁139-98)；至於此一集團領袖劉秉忠的才能、聲望、地位可參見孫克寬：《蒙古漢軍與漢文化研究》(臺北：文星書店，1958)，頁99-106。

爲中國古代數學之殿軍。朱自稱「燕山朱松庭」，很可能爲今北京一帶人。自《玉鑑》出版年代(1303)以及莫若序文中所稱「以數學名家周游湖海二十餘年矣，四方之來學者日衆」，<sup>22</sup> 可以推測他大約生於1250-1260年間，是一位專業數學家，和李治、劉秉忠、郭守敬等亦都可能見過面而且相互有影響。

最後，南宋秦九韶(1202-1261)則爲十分特殊之例子。<sup>23</sup> 九韶不但熱中仕途，且極爲貪酷，並無李治、朱世傑之淡泊與專志敬業精神。但其經歷有兩點值得留意。第一是年輕時曾「侍親中都〔杭州〕，……又嘗從隱君子受數學」，此數學興趣之啓發大約爲1224年左右事，與李治開始隱居之年代相近，比之錢唐楊輝活躍時期(1260-1275)則早將近半個世紀。然則宋朝偏安江南之後，在杭州是否亦會形成一流亡數學家圈子，並且延續成爲傳統？秦九韶解高次方程之方法似乎受到北方數學影響，而楊輝書中則保存北宋賈憲及劉益之增乘開方法，其本身工作亦頗受二人影響，這是很有可能的。第二，秦九韶雖然熱中宦途，但在元軍節節進逼之下，曾度過長達十年(1236-1247)之巔沛流離生活，即《數書九章》序中所謂「不自意全於矢石間，嘗險罹憂，荏苒十稷，心槁氣落」，<sup>24</sup> 而是書即在此一段艱苦失意時期之末寫成。

從上述對兩個時期數學集團的論析可見，在皇朝衰落之際，民間數學家網絡之形成以及流亡生涯之刺激皆可能對數學發現具有重要催化作用。

### 丙、傳統數學之發展模式

自上述魏晉南北朝及宋元之際兩個時期之數學發展觀之，可以推測，在中國社會內部經常有鬆散之研習數理曆法群體存在，此固由於個人興趣使然，同樣亦出於家族累世傳授。承平時節由於察舉或科舉仕進之途開放，官方意識形態強盛，而且向來有禁止私自研習天文曆法之禁例，此等群體之活動頗受社會生態環境之自然抑制。皇朝秩序崩解後其生存空間轉而大增，乃出現蓬勃發展；經過相當時間後，講論風氣轉盛，因而人才輩出，知識與專業技法產生累積效應，出現高潮。<sup>25</sup> 南北朝之二百年(400-600)以及宋元間之一百年(1200-1300)均可視爲此一性質之數學發展高峰。在此二高峰之前各有一段長達二百年之釀醞時期，即分別爲東漢末年至魏晉(約200-400)以及北宋(約1000-1200)，其時大一統皇朝秩序已遭受嚴重挑戰而趨於逐步崩解。

倘上述觀點能大致成立，則中國數學發展或可視爲兩個不同組成部分之結合：一爲

<sup>22</sup> 見郭書春：《中國科學技術典籍通彙·數學卷》，第一分冊，頁1-1205。

<sup>23</sup> 見〈秦九韶《數書九章》研究〉，載錢寶琮：《錢寶琮科學史論文集》，頁530-78。

<sup>24</sup> 見郭書春：《中國科學技術典籍通彙·數學卷》，第一分冊，頁1-439。

<sup>25</sup> 另一方面，歐洲數學家以及其他科學家卻似乎一向能形成獨立、有力、能夠蓬勃發展的民間團體，諸如古希臘的畢達哥拉斯學派、柏拉圖的學園乃至中古的大學、十七世紀的學會都是明顯的例子。這方面的討論見陳方正：〈爲甚麼現代科學出現於西方？〉，《二十一世紀》(香港：香港中文大學中國文化研究所)第44期(1997年12月)，頁4-17。

穩定、緩慢、連續之常態進展，其動力為實用性需求，諸如曆算、工程、民政及軍需管理、商貿等等；另一則為急速、躍進式之非常規時期，此為經過相當醞釀，然後出現於皇朝秩序崩解時之現象，動力則為個別數學家之志趣與彼此之相互啓發、激勵。數學上之重大新發現，大都為在非常規時期湧現者。此一模式，或可視為中國數學之發展到底為連續式抑或跳躍式之初步答案。

#### 四、外來影響問題

此外，尚有一與數學發展密切相關之問題，即外來影響之重要性，亦為本文所擬論及者。魏晉南北朝與宋元之際皆為東西方交通頻繁時代，魏晉間佛教典籍大量傳入中國，尤為人熟知。然則此兩時期數學之突飛猛進究竟有無可能係由外來方法、思想之激發乃至示範作用產生？例如陳寅恪即曾有此看法：「寇謙之、殷紹從成公興、曇影、法穆等受周髀算術，即從佛教受天竺輸入之新蓋天說，……以改進其家世之舊傳者也。」<sup>26</sup>而西方學者亦多認為此可能性頗強。另一方面，中國數學史家在此問題上則流露強烈民族情緒，而多持本土內在發展觀點。吾人不擬在此充分討論此一大問題，只提出以下三點意見供讀者參考。

##### 甲、域外數學傳入之事實

遠在耶穌會教士來華前，印度及西方數學曾多次大量傳入中國，此為不爭之事實。<sup>27</sup>北周年間傳入之多種婆羅門算經、貞元年間出現之多種聿斯經、瞿曇悉達所譯之《九執曆》等等，上文已經提及。更堪注意者，初唐百年餘間，印度瞿曇家族長期執掌曆算，其中瞿曇羅、瞿曇悉達、瞿曇誤等皆供職太史。元代忽必烈則曾直接引進伊斯蘭天文學，包括天文學者、圖書、儀器等，成為紮根於大都（北京），並且在明代仍一直流傳之回回曆之基礎。忽必烈尚未登基前，即曾在「潛邸」召見伊斯蘭天文學家札馬刺丁（Jamal al-Din），而李治、劉秉忠亦曾在同一時期（約1255-1264）蒙召見。他們彼此是否認識，有無交通，頗值玩味。而現在考知，至元年間北司天台的藏書目錄中，已包括歐幾里得《幾何原本》、托勒密《大匯編》以及若干星圖，惟大抵皆係波斯或阿剌伯文本，似乎並未翻譯成中文。<sup>28</sup>因此，自第六世紀以來，印度、伊斯蘭及西方數學之傳來中國不絕如縷，實毋容爭辯。

<sup>26</sup> 陳寅恪：《金明館叢稿初編》，頁118。

<sup>27</sup> 以下資料見〈印度算學與中國算學之關係〉，載錢寶琮：《錢寶琮科學史論文集》，頁75-82；李儼：《中國算學史》，第四章及第六章63-64節；以及Martzloff, *A History of Chinese Mathematics*, pp. 96-105, 246-49。

<sup>28</sup> Martzloff, *A History of Chinese Mathematics*, pp. 102-3；此一材料所根據者為1350年左右編成之《秘書監志》卷七〈司天監〉中所列〈北司天臺申本臺合用文書〉目錄。《秘書監志》收入《四庫全書》，今有臺灣商務印書館《四庫全書珍本五集》影印本。

惟此並不等於中國數學發展必曾直接受域外數學影響，事實上亦無堅強證據支持此一觀點。例如錢寶琮曾論證札馬刺丁所獻之萬年曆與元朝所頒行之授時曆有根本上之不同；<sup>29</sup> 馬若安經詳細研究後，亦承認天元術與增乘開方法雖然出現於洼列茲米(al-Khwarizmi)《代數學》大約三百年之後，但前二者並無明顯外來痕跡，因而說：「中國代數學可視為算術的一部分。這重要事實的一個後果是，天元術與《算經十書》的算術之間具有有機性關係，從符號以至運算程序這都是顯然的。」<sup>30</sup> 從內在的證據看，中國數學發展似乎的確具有極強之本土性(autochthony)，不甚接受外來觀念和方法。在歷史上，南北朝末年至初唐以及元代為外來數學輸入中國最盛之兩個時期。但非常奇怪，緊隨此兩時期以後之盛唐及明代卻為中國數學最停滯、最缺乏進步與變化之時期。此特殊現象表明，外來數學(無論其為著作譯本抑或外來數學學者)之傳入中土並不一定對中國數學產生刺激及影響。在這方面，李約瑟有十分敏銳的觀察，認為已經成型的文化難以接受整套外來思想：「同樣，在元代，即十三世紀，札馬刺丁自波斯帶同天文學隊伍去北京之後，他們對中國天文運作並無任何直接效果，因為兩個系統太不相同，雖然它間接刺激了郭守敬關於赤道儀的偉大發明。」<sup>31</sup>

## 乙、受域外數學影響之可能

然而，亦不能完全排除，在適當條件下(譬如在皇朝秩序崩解時期)，外來影響可能產生間接乃至直接之刺激與提示作用，亦即中國數學家於接觸外來數學成果之後，轉以本身特有之模式與方法將之重新表達，甚或加以推進、拓展。誠然，詳為列舉文獻以確切證明此種影響在歷史上之存在乃極端困難之事，惟吾人仍可提出若干旁證以顯示其存在之可能性。

其一，為魏晉時劉徽以割圓術求圓周率，此見之於其《九章算術注》。其法基本上用勾股定理自圓內接正 $n$ 邊形周長 $l_n$ 求內接 $2n$ 邊形周長 $l_{2n}$ ；算到192邊形周長後即得到 $\pi = 3.14$ 之結果。<sup>32</sup> 阿基米德在公元前三世紀所著《圓之測量》(*The Measurement of the Circle*)中已曾以同樣方法得到大致相同的結果。<sup>33</sup> 所不同者有兩點：第一，阿基米德只算到96邊形；第二，他用內接正多邊形算 $\pi$ 上限，又用外切正多邊形算其下限，所得

<sup>29</sup> 〈授時曆法略論〉，載錢寶琮：《錢寶琮科學史論文集》，頁352-76。

<sup>30</sup> Martzloff, *A History of Chinese Mathematics*, p. 262；並見同書頁240-48，258-65。

<sup>31</sup> 見 Joseph Needham, *Science and Civilisation in China*, vol. 1, *Introductory Orientations* (Cambridge: Cambridge University Press, 1961), pp. 238-40。他這句話對下一小節的討論也是有用的。

<sup>32</sup> 〈中國算術中之周率研究〉，載錢寶琮：《錢寶琮科學史論文集》，頁50-74。劉徽原注見《算經十書》，上冊，頁103-6。

<sup>33</sup> E. J. Dijksterhuis, *Archimedes*, trans. C. Dikshoorn (Princeton: Princeton University Press, 1987), pp. 222-29。

結果是 $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{22}{7}$ 。顯然，兩者方法基本相同，惟步驟並不一樣，而「不一樣」恐不能用以證明劉徽絕未曾受希臘幾何學影響。<sup>34</sup>事實上，中國古代數學中之幾何學頗薄弱：《周髀》所反覆應用之數學知識只限於勾股定理、圓之周長計算以及直線形比例等數項；《九章算術》中有關各種幾何形體之量度皆只有「術」，即計算方法，而缺乏推理；而此兩本漢代成書之經典著作仍然沿用極其粗略之3作為圓周率，即 $\pi$ 值。其後劉歆、張衡、王蕃等雖然知道 $\pi$ 值應大於《九章》所假定之3，並且各自提出不同 $\pi$ 值，但亦未發現或者提及任何推求 $\pi$ 值之理論方法。因此，在此等學者之後不久，在未有任何觀念或方法之發展背景下，劉徽陡然提出精妙之割圓術，雖云可能出於天才創造，但其曾受某種外來影響啓發之可能性恐無法排除。<sup>35</sup>當然，有劉徽之方法作為基礎，祖沖之父子之能求得「密率」較易理解，雖然其所用方法已無從考究矣。

其次，祖暅之曾利用劉徽所求得球體積 $V_s$ 與「牟合方蓋」（即兩等徑圓柱體成直角相交時所形成之盒蓋形體積）體積 $V_m$ 之關係 $V_s = \frac{3}{4}V_m$ ，以及彼自行求得之牟合方蓋體積與球徑 $d$ 之關係 $V_m = \frac{2}{3}d^3$ ，從而證明球體積正確公式 $V_s = \frac{1}{6}\pi d^3$ （但他仍以約率 $\frac{22}{7}$ 作為 $\pi$ 值）。這一向被認為是完全獨立的原創性發現，因為在《論球與圓柱體》（*On the Sphere and Cylinder*）一書中，阿基米德乃通過完全不同原理來為球體積（以及面積）提出一個正式證明。<sup>36</sup>然而，馬若安指出，在另一部更為描述性（而非論證性）之著作，即《力學定理方法》（*The Method of Mechanical Theorems*）中，阿基米德已經提出上述牟合方蓋體積公式，而且，該書所廣泛應用之方法，基本上即十七世紀再次被提出來之所謂卡瓦列利（Cavalieri）原理，<sup>37</sup>而此方法與祖暅之之證明具有同樣基礎；至公元一世紀，數學家希路（Hero of Alexandria）亦嘗再次提及阿基米德此一公式。<sup>38</sup>因此，要排除祖暅之曾受希臘幾何學影響之可能性，恐怕亦十分困難。

### 丙、在外來衝擊下之反應模式

自上述討論，可以想見魏晉南北朝及宋元年間，大量輸入之域外數學必會對中土曆算家產生相當厲害之心理衝擊，劉徽、祖沖之父子之發現即可能為在衝擊下發憤精研所得成

<sup>34</sup> 李儼似持此見解，見李儼、杜石然：《中國古代數學簡史》，頁80。馬若安亦指出東西方數學之構思方式分屬「相距甚遠之不同宇宙」，但此語並不等於否定阿基米德可能對劉徽有某種間接影響。見Martzloff, *A History of Chinese Mathematics*, pp. 277-80。

<sup>35</sup> 亞基米德（287-212 B.C.）早於劉徽（約270）將近五百年，其學說究竟經何種途徑輾轉傳至中土固已不可考，惟此一流播之可能性則不難想像。例如經中東及中亞受亞歷山大大帝希臘化之城鎮傳至印度，再隨佛教傳入中土；或者由絲路商販傳入西域，再傳至中土，皆不無可能。

<sup>36</sup> 其詳證見Dijksterhuis, *Archimedes*, pp. 169-82。此一證明應用雙重歸謬法，且用 $n$ 邊正多邊柱體逼近圓球，其方法與祖暅之迥異。

<sup>37</sup> 見Martzloff, *A History of Chinese Mathematics*, pp. 318-20, 331-32。

<sup>38</sup> 見同上注，頁286-93之討論。

果。劉徽之圓周率計算應用到圓內接192正多邊形，恰恰比阿基米德之計算(達96邊形)推進一步，尤其耐人尋味。當然，昔日中土算家之實際論學、運思情況今日已無從考求其實，惟尚可借助於晚近一段有充分紀錄之類似過程加以推測。此過程即十七世紀以還西方數學傳入中國之後之遭遇，可以分為三個階段討論。

自1607年利瑪竇與徐光啓合作譯出《幾何原本》首六卷至康熙末之一百二十年為上述過程第一階段，其時中國朝野對西方數學表現出相當濃厚之興趣。此實由於耶穌會教士努力贏得上層士大夫乃至君主之信任所致，而胸襟開闊之康熙帝躬親推動西方曆算學問之研習與發展，尤為重要因素。1723年出版之數學百科全書《數理精蘊》即此一努力之結晶。然而，即使在如此特殊與有利之條件下，中國亦未能真正吸收當時正在蓬勃發展之西方數學，其最主要原因厥為當時士大夫皆不諳亦無興趣學習外語，僅被動地憑藉傳教士之介紹與譯述吸收西學，而且，對許多新觀念(例如歐幾里得幾何之公理結構與論證方式)拒不接受，企圖加以「改造」，亦即其吸收為帶有高度選擇性的。其結果為，作為現代數學起點之符號代數學、解析幾何學以及微積分等皆完全被忽略。至於自雍正登基，驅逐外人並行海禁開始，以迄十九世紀中葉之一百四十年，則為第二階段。在此漫長時期國人對西方數學失去興趣，轉為致力於搜羅、整理、闡發和印行古代數學典籍。

第三階段則由洋務運動所開啓，而以十九世紀五十年代李善蘭與經營墨海書館之偉烈亞力(Alexander Wylie)合作翻譯多種科學著作，包括代數學與微積分學為起點；李本人擔任新成立之天文算學館數學教習，並出版重要數學著作《垛積類比》，亦皆為此一階段之大事。惟李善蘭仍然不諳外文，天算館作為高等學校亦不成功，其基本原因大致與第一階段相同：長期浸淫於「中學」之士大夫對西學缺乏渴望與熱情，翻譯著作則由於仍然採用直排方式，而且未曾採用阿刺伯數碼以及橫排之西方數式記法，故而累贅難明。中國現代數學直至二十世紀二十年代首批歐美留學生回國任教，並且完全改用國際數學符號後，方始真正起步，而且在一、二十年內即已進步到相當高水平。<sup>39</sup>

《垛積類比》為關於有限級數和之專門著作，其中包括許多頗難證明之結果，部分直至本世紀中期尚為西方數學界承認有原創性意義。<sup>40</sup>然而，李善蘭所用以求得此等結果之途徑則全然屬傳統方式，即所謂「垛積術」。他在此書自序中特別說明，此工作之鵠的在於發揚朱世傑《四元玉鑑》所創始的四元術，以古法與西人「代數微分」之法相較。<sup>41</sup>在某一意義上，此一目標自可謂已然達到。然而，自更廣角度觀之，其所顯示者，厥為傳統中國數學之強烈保守性與本土性：即使在長期受到巨大外來刺激而最後

<sup>39</sup> 此問題之討論見Martzloff, *A History of Chinese Mathematics*, pp. 11-22; 及張奠宙：〈中國數理科學百年話舊〉，《二十一世紀》第7期(1991年10月)，頁72。

<sup>40</sup> Martzloff, *A History of Chinese Mathematics*, pp. 341-51.

<sup>41</sup> 見郭書春：《中國科學技術典籍通彙·數學卷》，第一分冊，頁5-911。

產生若干數學創新之際，其由歷代算經所規限之格局、方法仍然難於為超卓精思如李善蘭者所突破。魏晉南北朝及宋元時期數學之突發性躍進所反映者，是否即大致相類之現象？此當為國人所應深思者。

1998年4月

1999年3月修訂

版權為香港中文大學  
中國文化研究所所有  
未經批准 不得翻印

版權為香港中文大學  
中國文化研究所所有  
未經批准 不得翻印

版權為香港中文大學  
中國文化研究所所有  
未經批准 不得翻印



版權為香港中文大學  
中國文化研究所所有  
未經批准 不得翻印

# On the Relationship of the Development of Chinese Mathematics to Dynastic Strength and Foreign Influence

(A Summary)

Fong-ching Chen

It is observed that there were two periods of rapid progress and innovation in Chinese mathematics: the Six Dynasties (third–sixth century) and the transition from Southern Song to Jin and Yuan dynasties (thirteenth century), both being times of imperial decline. On the other hand, during periods of imperial upswing, namely Qin-Han, Sui-Tang and Ming, we find that, apart from a few exceptions, Chinese mathematics was in stagnation. This remarkable coincidence leads to the conjecture that there might be a subtle correlation between mathematical progress and imperial decline, which can perhaps be explained by the negative impact of Confucian ideology and prospects of obtaining government office on the exercise of creativity in purely scholarly pursuits, and the absence of such unfavourable influence at times of imperial decline. The life and career of a number of leading mathematicians are discussed to illustrate the point. It is then proposed that mathematical development in ancient China follows a pattern of occasional breakthroughs superimposed on very slow progress.

The second part of the paper addresses the question of foreign influence. While a considerable amount of Indian, Islamic and Western mathematics was known to have been introduced into China ever since mid-sixth century, surprisingly it did not seem to have produced any significant influence. However, it is pointed out that there is some internal evidence showing that the possibility of the remarkable work of Liu Hui, Zu Chongzhi and Zu Hengzhi having been inspired by Archimedes cannot be easily discounted. The autochthonous character of Chinese mathematics is then discussed.

版權為香港中文大學  
中國文化研究所所有  
未經批准 不得翻印