

科技文化

對稱和物理學

●楊振寧

早期階段

對稱概念像人類文明一樣古老。它是如何誕生的，也許是一個永恆的秘密。但是，生物世界(圖1)和物理世界(圖2)中的令人驚奇的對稱結構，必定給先民們留下了深刻的印象。人體的左右對稱也不會不激起先民們的創造天性。很容易想像，越過這一早期階段，對稱概念被抽象出來了，起初也許下意識地，後來便以比較明確的形式抽象出來。隨着文明的發展，對稱逐漸蔓延到人類活動的各個領域：繪畫、雕塑、音樂、建築、文學等等。圖3展示的是稱之

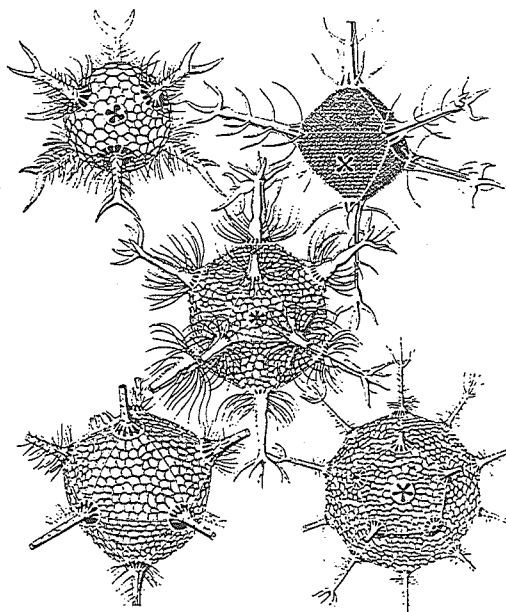


圖1 放射蟲的骨骼

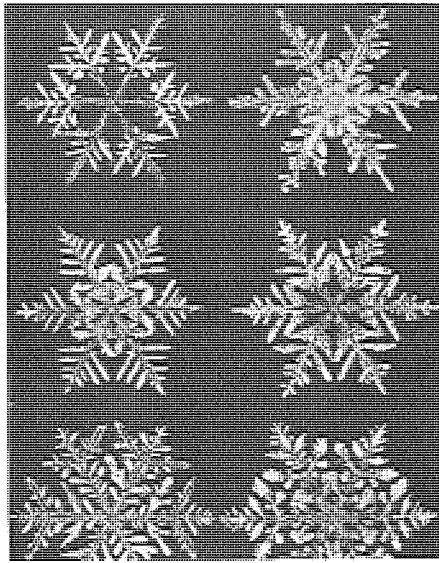


圖2(左) 雪片

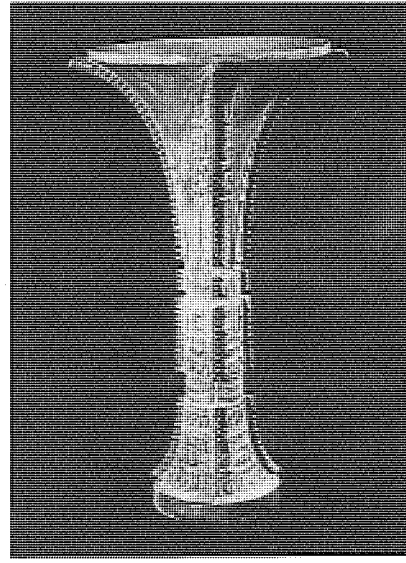


圖3(右) 青銅器皿觚

為觚的青銅器皿，其年代在距今約3,200年的中國商代。它的雅緻的外形揭示出藝術家對對稱形式之美已有周密的理解。圖4展示的是宋代大詩人蘇東坡(1036-1101)寫的一首詩，它由八個豎行組成，每行七字，這是標準的中國詩的形式。這首詩可以豎直向下讀，從右邊第一行開始，接着讀第二行，依次類推。但是，它也能够倒着讀，從最後一行(第八行)底部向上讀，接着按同樣的方式讀第七行，如此等等。用這兩種方式讀來詩都很美，都具有正確的音步和恰當的韻腳。

圖5是巴赫(J.S. Bach, 1685-1750)的「Crab輪唱曲」，它是一個小提琴二重奏，其中每個小提琴的樂譜是另一小提琴樂譜的時間反轉的演奏。我們很難判斷，蘇東坡的詩或巴赫的樂曲二者之中哪一個更難創作。可以肯定的是，二者都起因於藝術家對於對稱概念的感染力的深刻鑑賞。

對稱概念最早進入科學，也許可以上溯到古希臘的數學家和哲學家。眾所周知，希臘人發現了五種規則立體，它們是高度對稱的(圖6)。這使某些權威

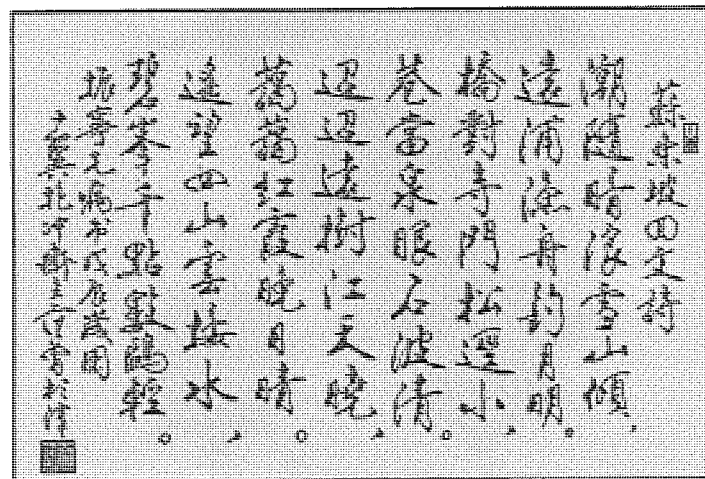


圖4 蘇東坡的回文詩。這首詩既能倒讀也能順讀。(作者感謝范曾先生的書法。)

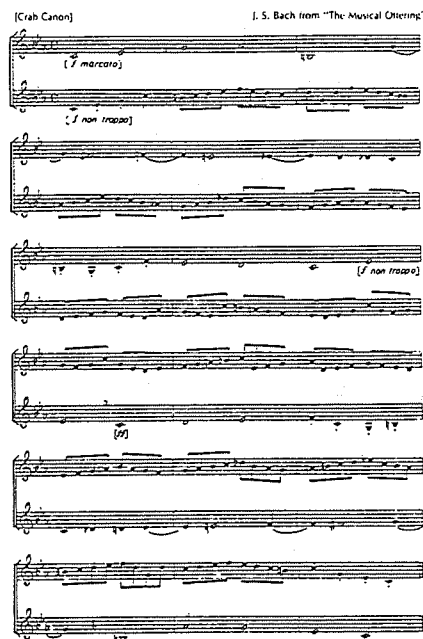


圖5 Crab輪唱曲，J. S. Bach。

認為，歐幾里得(Euclid, 紀元前300年)匯編《幾何原本》實際上就是為了證明這五種規則立體是僅有的規則立體。儘管這一理論可能正確，也可能不正確，但是我們的确知道，希臘人因這個發現，以致於把宇宙結構的基本元素與這五種對稱的立體聯繫起來。以下我們將提到開普勒(Kepler, 1571–1630)在科學時代的開始怎樣想把這些規則立體與行星的運行軌道聯繫起來。

希臘人對對稱概念是如此著魔入迷，以致他們用「球之和諧」與「圓之教條」的觀念為主導思想。按照這種觀念，天體必須遵守最對稱的法則，而圓和球是最對稱的形式。然而，天體並非作簡單的圓運動。於是，他們力圖使天體的運動符合在圓運動上迭加的圓運動。當這樣想法沒有奏效時，他們又使迭加在圓運動上的圓運動，再一次迭加在圓運動上，如此等等。

「球之和諧」至少阻礙了天文學的進步一千五百年。不過，這種觀念的影響並不是完全消極的。當開普勒開始天文學家的生涯時，他繼承了希臘人對於對稱形式的迷戀，並力求發展一種基於五種規則立體的行星軌道之直徑比的理論

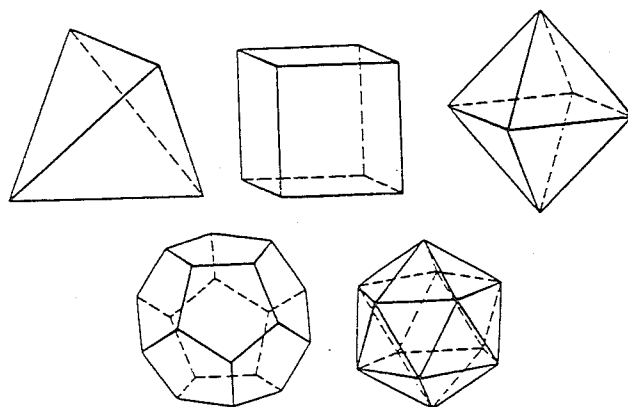


圖6 具有最大對稱的五種規則立體

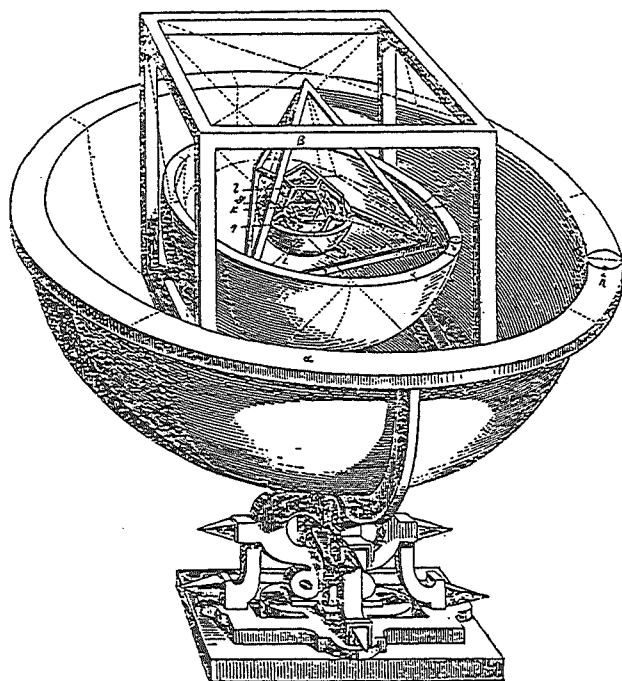


圖7 開普勒的結構

(圖7)。他已對哥白尼(Copernicus, 1473–1543)的日心體系深信不疑。當時已知有六個行星：土星、木星、火星、地球、金星和水星。開普勒設想土星是用一個大球描繪的，其中內接着他構造的一個正立方體。在這個立方體內，且內切於立方體，他設置了另一個球描繪木星，在該球中內接着他構造了一個正四面體。在這個正四面體內，且內切於正四面體，他設置了下一個球描繪火星，依次類推。五種規則立體就這樣提供了六個球之間的內插物。他接着計算這些球的直徑之比，並把它們與觀察到的六個行星軌道直徑之比進行比較。這個步驟取決於五種立體——立方體、四面體、十二面體、二十面體、八面體——的次序。這種次序共有120種排列可能。開普勒一一試驗了它們，發現圖7所示意的次序最接近天文學數據。

當然，開普勒的理論是完全錯誤的：我們今天知道，在他的六個行星之外還有其他行星，而只有五種規則立體可用於內插。但是，按照他自己的看法，他後來發現的著名的開普勒三定律，卻是受到這早期的努力促動的。而大家都知道，開普勒三定律本身是牛頓(Newton, 1642–1727)後來建立近代物理學整個大廈的基礎。

我們也應該強調，儘管開普勒在圖7所表現的思想是錯誤的，但是他的探究方法卻完全與當今基本粒子物理學中所使用的一種方法相似：為了解釋物理學中某些觀察到的規則性，理論家力圖使它們與起因於對稱觀念的數學規則性相匹配。如果有幾種匹配方式，理論家便一個接一個地試驗它們。這種努力通常是失敗的。但是，有時候在所使用的對稱意義或對稱類型中，發現了新穎的方面，從而取得進步。偶爾，這一進步竟能導致基本物理中意義深遠的新概念的進展。

十九世紀：群和晶體學

在十九世紀，一個重要數學觀念逐漸形成，它後來成為數學中最深刻的概念之一。這就是群的觀念。雖然有些數學家早已有群的概念，卻是伽羅瓦(Galois, 1811-1832)在1830年以其對五次多項式方程不可解性的出色解決，顯示了這一概念的威力。因此，人們一般都說伽羅瓦首創了群的概念。該概念在十九世紀後期獲得了廣泛的發展。在十九世紀80年代，索菲斯·李(Sophus Lie, 1842-1899)推廣了群的思想，創造了連續群或李群理論。群和連續群的概念是對稱概念的最好數學表示。

在物理學方面，晶體學是一個重要的研究領域。按晶類把晶體分門別類是很自然的，同一晶類的晶體具有許多相同力學特性、熱特性和電特性。晶類與數學的群論的關係並不是一個顯而易見的思想，是經過了數十年的發展，才終於在1890年左右達到了晶體學家費多羅夫(Fedorov)以及數學家舍恩弗利斯(Schönflies)和巴洛(Barlow)的結論：每一個晶類都與一個空間群聯繫在一起，在三維中恰恰有230個不同的空間群。因此，存在着230個不同的晶類。

要詳細描述這一極其漂亮的、十分有用的發展，要用太多的篇幅。不過，我們可以闡明一下在二維中的同一數學問題的精神。圖8(A)表示一個簡單的正方形格子，我們想像它向四面無限延展。它具有許多對稱：如果把圖形向右移一個單位，或向上移三個單位，或向下移一個單位接着向左移兩個單位等等，該格子依然保持不變。這些位移或它的組合稱為格子的對稱元素。還有其他的對稱元素：繞一個角旋轉 90° 或 180° 等，繞任何正方形的中心旋轉 90° 或 180° 等，這一切使得格子依然是不變的。這些元素也是對稱元素。人們也能够相對於任一垂直線或任一水平線反演格子，或者相對於兩個垂直線之間的任何中線反演格子。所有這些元素也都是對稱元素。此外，如果人們相對於通過許多格子點的 45° 線反演格子，那麼也能得到對稱元素。這一切對稱元素在一起構成一個群，即二維空間群。我們說，圖樣8(A)屬於這個空間群，反之亦然。

現在，讓我們轉向圖8中的格子(B)。這個延展到無窮的格子也具有對稱元素。事實上，格子(A)的所有不包括反演的對稱元素也是格子(B)的對稱元素，

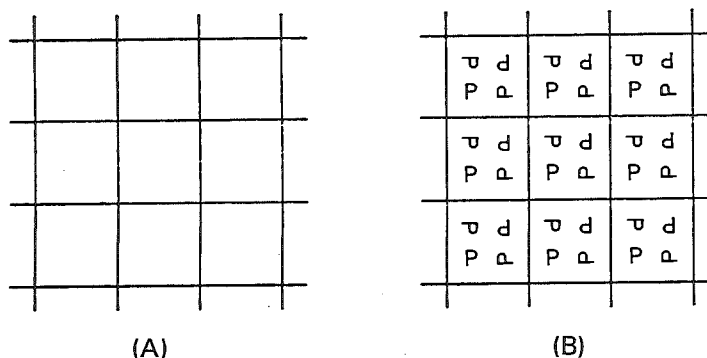


圖8 (A)簡單的正方形格子，(B)用字母d裝飾的簡單的正方形格子。

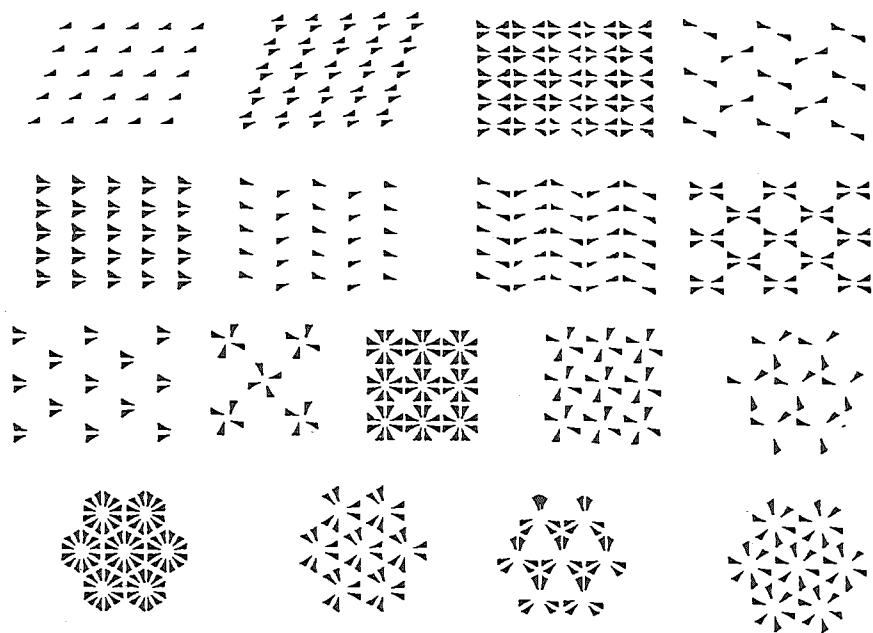


圖9 十七個不同的
二維圖樣

這一點容易通過檢驗來證實。可是，任何反演卻不會使格子(B)保持不變，因為反演總是從字母d翻轉到字母b，而b在格子(B)中是找不到的。因此，反演不是格子(B)的對稱元素。這樣一來，我們證明了格子(B)的空間群不同於而且小於格子(A)的空間群。

圖9展示了十七個不同的圖樣，其中每一個我們都想像延展到無窮。它們形成像浴室中的瓷磚那樣的圖樣。每一個圖樣都有它自己的空間群。第四排中心的圖樣與圖8的格子(A)具有相同的空間群。它的右邊的圖樣與圖8的格子(B)具有相同的空間群。容易證實，屬於這十七個圖樣的十七個不同的空間群都是不同的。這十七個空間群是在二維中僅有的空間群，這一點可以證明，但並非輕而易舉，是早先提到的定理——在三維中有230個空間群——的推廣。（在歷史上，三維中的問題首先被解決。推廣到二維中的比較容易的問題是後來解決的，這暴露了這些研究的物理實用起源。）

應用群論分析晶體學中的對稱概念，是向物理學家提供抽象數學群概念的雅緻和威力的第一個例證。另外的例子在二十世紀接踵而至，它們以深刻的方式影響了基本物理學發展的進程，我們緊接着將略述這一切。

二十世紀：擴大了對稱的作用

當愛因斯坦(Einstein, 1879–1955)在1905年創立狹義相對論時，他也為空間和時間在抽象的數學涵義上是對稱的這一概念鋪設了道路。多年之後，1982年

在意大利埃利啟(Erice)的談話中，狄拉克(Dirac, 1902–1984)問我，甚麼是愛因斯坦對物理學的最重要貢獻。我回答說：「1916年的廣義相對論。」狄拉克說：「那是重要的，但不像他引入的時空對稱的概念那麼重要。」狄拉克的意思是，儘管廣義相對論是異常深刻的和有獨創性的，但是空間和時間的對稱對以後的發展有更大的影響。的確，與人類的原始感受如此抵觸的時空對稱，今天已與物理學的基本觀念緊密地結合在一起了。這個對稱叫做洛倫茲對稱，是當時物理大師荷蘭物理學家洛倫茲(Lorentz, 1853–1928)發現這一對稱的數學，而是年青的愛因斯坦最早了解此對稱的真正物理含義。

與對稱有關的另一個重要進展是，在本世紀頭二十年人們逐漸意識到，守恆律與對稱有聯繫。當然，從牛頓時代以來，守恆律已是人所共知的了。但是，只是在二十世紀人們才認識到，動量守恆與物理定律的位移不變性(即位移對稱性)相關聯。角動量守恆也與物理定律的轉動對稱性相關聯。

在本世紀初之前的兩百年間，守恆律和對稱之間的關係未被人們發現，其原因何在呢？答案在於下述事實：在古典物理學中，這種關係儘管存在着，但不十分有用。當量子力學在1925–1927年間發展時，這種關係的重要性才實際上顯露出來。在量子力學中，動力學系統的態是用指明態的對稱性質的量子數標記的。與量子數一起，還出現了選擇定則，它支配着在態之間躍遷時量子數的變化。量子數和選擇定則是在量子力學之前通過經驗發現的，可是它們的意義只是在量子力學發展後借助於對稱才變得一目了然的(圖10)。於是在1925年後，對稱才開始滲入到原子物理學的语言中。後來，隨着物理學家深入研究到核現象和基本粒子現象，對稱也滲入這些物理學新領域的语言中。

對稱在量子物理學中所以大大擴展了其作用，是因為量子力學的數學(希耳伯特空間)是線性的①。由於這種線性，在量子力學中存在着疊加原理。在古典物理學中，橢圓軌道沒有圓軌道對稱。在量子力學中，由於疊加原理，人們在與圓軌道(s態)的對稱等同的立足點上討論橢圓軌道(p態)的對稱性。事實上，所有軌道的轉動對稱在量子物理學中都是通過轉動群的表象理論——一個極其優美的數學分支——來同時進行分析的。

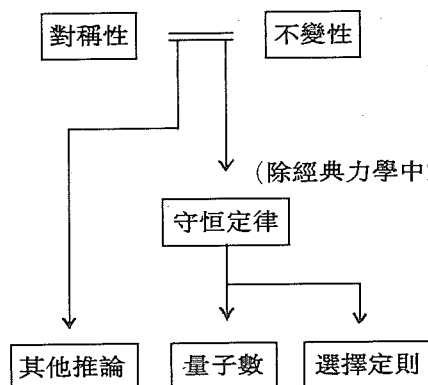


圖10 基本物理學中運用對稱的示意圖。

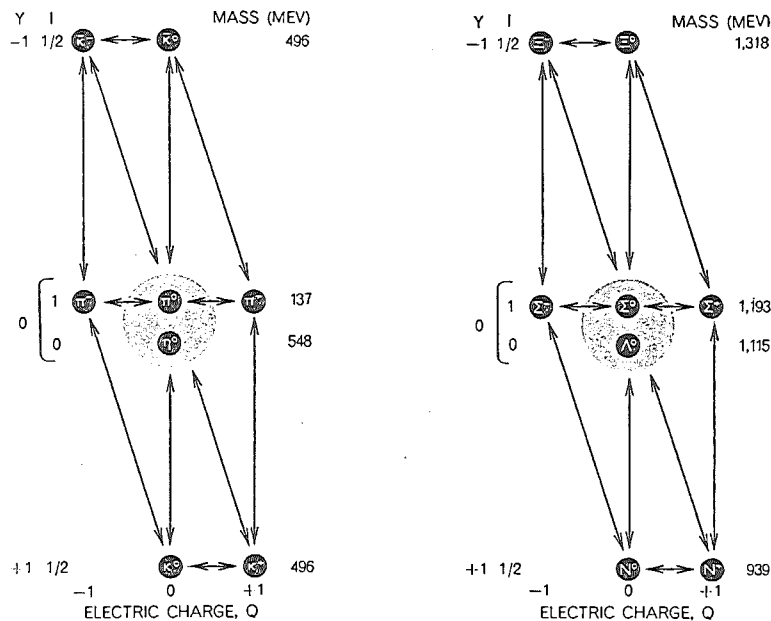


圖11 粒子按照SU₃對稱的八重法分類

作為這些發展所給出的深入瞭解的另一個例子，是在十九世紀發現的周期表的結構。周期表是一項偉大的發現，可是周期二、八、十八等是經驗數，這些數目是通過比較各種元素的化學性質而找到的。對於它們的來源當時沒有深刻的理解。在量子力學發展後，人們逐漸弄清楚，這些數目不是偶然的數目。它們可直接從庫倫(Coulomb)力的轉動對稱得出。這一發展中數學推理的雅緻和完美，和物理結果的深度和複雜，大大地鼓舞了物理學家，增強了他們對於對稱概念的重要的認識。

在量子物理學中，對稱概念的意義深遠的結果的另一個例子是狄拉克預言反粒子的存在。我曾把狄拉克這一大膽的、獨創性的預言比之為負數的首次引入^②，負數的引入擴大並完善了我們對於整數的理解，它為整個數學奠定了基礎。狄拉克的預言擴大了我們對於場論的理解，奠定了量子電動場論的基礎。

未曾料到的發展在1956-1957年間發生在下述發現^③中：經過十分精確的觀察，發現左右對稱在弱相互作用中不是有效的。這在當時使所有物理學家大為驚異，是第二次世界大戰結束以來最激動人心的發現之一。它使對稱(和非對稱)概念在粒子物理學基礎中的重要性更增加了。

韋納爾·海森伯(Werner Heisenberg, 1900-1976)和沃爾夫岡·泡利(Wolfgang Pauli, 1900-1958)受到這一激動人心的場面的感染，開始在「具有高度對稱的場方程」方面合作。海森伯後來寫道^④：

隨着沃爾夫岡在這個方向邁出的每一步，他變得更加熱情了——此前或此後，我從來也沒有看到他對物理學這麼激動過。

在幾個月期間，他們是極為樂觀的，但是最後努力失敗了，結果以泡利向海森伯發起辛辣的、挖苦的攻擊而告終，這是1958年在歐洲研究中心(CERN)的一次會議上當着目瞪口呆的聽眾而進行的攻擊，這次會議的聽眾大多數是我這一代的物理學家。

對於對稱和非對稱的研究並沒有由於這次慘敗而減退。相反地在二十世紀50年代末和60年代初，尤其是發現許多諧振之後，它變成了基本粒子物理學的佔統治地位的主題之一。圖11是從1964年的一篇文章中重印的，它表明了建立在李群 SU_3 基礎上的對稱，該對稱被命名為八重法(eightfold way)。

1964年，由於關於時間反演與CP不守恆的發現^⑤，另一個重大的激動席捲了物理學。這一微小的、難以察覺的效應在最近二十多年導致了許多極重要的發展。

二十世紀：規範對稱

圖10是在1957年為概括當時對稱觀念在基本物理學中的作用而作的示意圖。後來的發展大大地擴展了這種作用，以致在當今的1991年，那幅示意圖必須作重大修正，像圖12所示的那樣。其實，在基本物理裏面，對稱考慮起了根本的變化：從被動角色，變成了決定相互作用的主動角色——我把這一角色稱為^⑥對稱支配相互作用。

1954年，由於注意到^⑦，粒子的電磁相互作用僅僅由它的守恆量電荷來決定。這便產生了一個問題：其他守恆量也可以決定相互作用嗎？答案是肯定的，並且絕妙。它包含着從韋耳(Weyl, 1885–1955)、倫敦(F. London, 1900–1954)和福克(Fock, 1898–1974)在1918–1929年間的工作中已發展的電磁規範對稱的推廣。電磁規範對稱建立在十分簡單的李群 $U(1)$ 的基礎上。推廣要求考慮

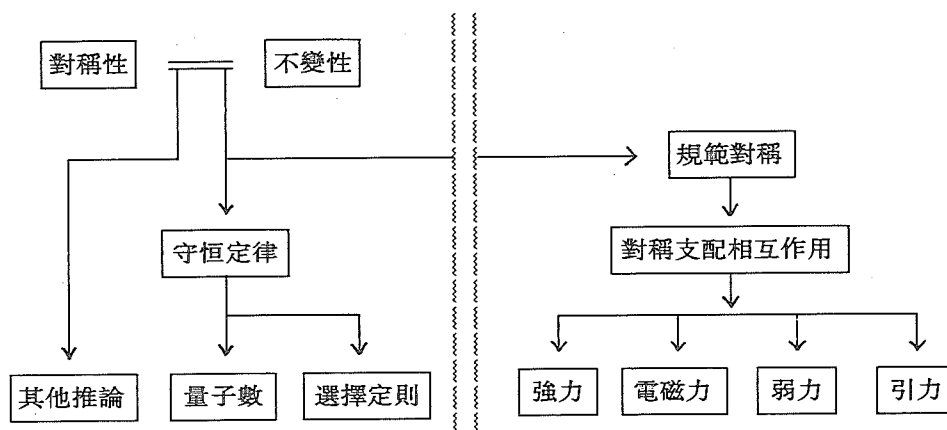


圖12 1991年修正了的圖10

比較複雜的李群，複雜的後果使得推廣的方程具有陌生的非線性項，如下所示：

U(1)規範理論 (麥克斯韋理論)	推廣後的規範理論
$f_{\mu\nu} = A_{\mu,\nu} - A_{\nu,\mu}$	$f_{\mu\nu}^i = b_{\mu,\nu}^i - b_{\nu,\mu}^i - c_{jk}^i b_{\mu}^j b_{\nu}^k$
$f_{\mu\nu,\nu} = -J_{\mu}$	$f_{\mu\nu,\nu}^i + c_{jk}^i b_{\nu}^j f_{\mu\nu}^k = -J_{\mu}^i$

(1)

在這些方程式中，逗號表示微商。左邊的第一個方程是熟悉的高斯(Gauss)定律和法拉第(Faraday)定律的組合協變形式。左邊的第二個方程是熟悉的庫倫定律和安培(Ampere)定律的組合協變形式。右邊的兩個方程是它們的推廣。我們注意到電磁勢 A_{μ} 改成了 b_{μ}^i 。上標從 1 到 n ，這裏 n 是李群的維度。符號 c_{jk}^i 表示刻劃李群特徵的重要的結構常數。它們是整數，即正整數、負整數或零。

對於電磁現象而言，李群是 U(1)。關於這個群， $n=1$ ，從而我們能夠去掉上標。而且， $c_{jk}^i=0$ ，所有方程簡化為麥克斯韋形式。

就一般情況來說， $c_{jk}^i \neq 0$ ，規範理論方程含有非線性項^⑧。我們稍後將返回到這一點。

二十世紀60年代和70年代的發展趨向於這樣的觀點：強相互作用、電磁相互作用和弱相互作用都歸因於以不同李群為基礎的規範場；現在，這個觀點已被普遍接受了。人們也普遍同意，引力相互作用也歸因於一類規範場，不過由於規範自由度與自旋及坐標系統之間的微妙關係，以致引力作用今日還難以等價於規範場。這依然是物理學的一個十分突出的根本問題^⑨。

在1975年發現^⑩，物理學中的規範場概念與數學中的纖維叢概念有關。這一關係闡明了電磁固有的幾何意義，也闡明了阿哈羅諾夫-玻姆(Aharonov-Bohm)實驗和狄拉克磁單極的拓撲意義。

在1975年的這篇論文中草擬了一個術語翻譯表，它在圖13被複製出來。這張表在數學家中間引起了濃厚的興趣。尤其是，數學家開始把注意力集中在源 J (參見圖13中的?) 概念上，他們先前沒有研究過這個概念，但是它在麥克斯韋方程和一般規範理論中對物理學家來說卻是如此根本和自然。源 J 在物理學中被定義為場強的散度。在數學家今天的記號中，這個定義變成

$$*\partial * f = J.$$

無源的情況滿足方程

$$*\partial * f = 0.$$

對這個方程的研究結果是極其富有成效的，它導致了拓撲學的驚人突破，唐納森(Donaldson)為此榮獲了1986年度的菲爾茲(Fields)獎。

我想就規範對稱作幾點附帶的討論：

Translation of terminology

Gauge field terminology	Bundle terminology
gauge (or global gauge)	principal coordinate bundle
gauge type	principal fiber bundle
gauge potential b_μ^k	connection on a principal fiber bundle
S_{∂_d} (see Sec. V)	transition function
phase factor $\tilde{\varphi}_{QP}$	parallel displacement
field strength $f_{\mu\nu}^k$	curvature
source ^a J_μ^k	?
electromagnetism	connection on a $U_1(1)$ bundle
isotopic spin gauge field	connection on a SU_2 bundle
Dirac's monopole quantization	classification of $U_1(1)$ bundle according to first Chern class
electromagnetism without monopole	connection on a trivial $U_1(1)$ bundle
electromagnetism with monopole	connection on a nontrivial $U_1(1)$ bundle

I.e., electric source.

圖13 在規範場理論(物理學)和纖維叢理論(數學)中術語的翻譯

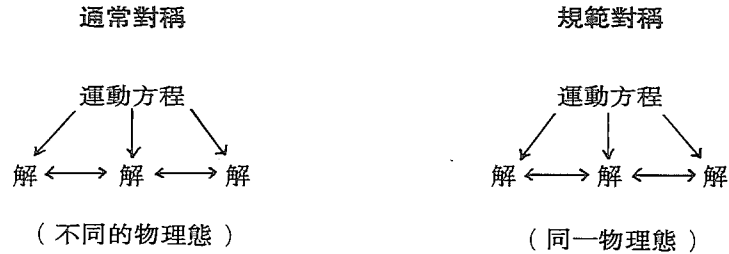
(1)愛因斯坦的廣義相對論是對稱被用來主動地決定相互作用的第一個例子①。用今天的語言來說，愛因斯坦把切叢(the tangent bundles)用於他的對稱。切叢由於比其他叢更難以捉摸，因而難以用來推廣到其他叢。這就是薛定諤(Schrödinger, 1887–1961)②、克萊因(O. Klein, 1894–1977)③和其他許多人在本世紀20年代和30年代立足於廣義相對論的工作為甚麼沒有導致一般規範理論的緣由。請比較一下上面的註釋④。

(2)纖維叢是一個十分複雜的幾何概念。今天認識到它原來是基本場結構的必不可少的元素，這也許會使愛因斯坦感到高興，因為他曾多次強調(參見註釋⑤)，基本場就其本性而言必須是幾何的。他也會因方程(1)的自然的非線性而快慰，因為他曾強調指出①：「真正的定律不可能是線性的，而且也不可能從這樣的線性方程中得到。」

(3)我在上面提到了克萊因的論文②，該文是他在1938年華沙會議上的報告。在這次奧斯卡·克萊因(Oskar Klein)紀念講演中，把讚頌之辭奉獻給這篇今日很著名的論文是恰如其分的，該文提出的場論其方程含有十分類似於上述方程(1)的非線性項。克萊因是怎樣得到這些項的呢？答案在於，他從卡魯擦—克萊因(Kaluza-Klein)理論出發，該理論建立在廣義相對論的基礎上，具有非線性項。不幸的是，正如在討論(1)已經提到的，廣義相對論(即切叢)難以適用於推廣到其他規範場。這樣一來，克萊因沒有發現非阿貝耳(Abel)規範對稱，他的論文沒有產生多少影響。

(4)正如維格納(Wigner)強調的④，對稱一詞在通常用法中的意義比它在規範對稱中的意義截然不同。這一差異在圖14中顯示出來。我們將舉在古典力學或量子力學中的氫原子方程轉動對稱作為通常對稱的例子。由該方程可得出一個橢圓軌道的解，通過圖14水平箭頭指示的轉動變換可以得到其他解。這些解表示不同的物理態。就規範對稱而言，人們也能够由方程的一個解通過圖14中水平箭頭指示的規範變換得到另外的其他解。可是所有這些解表示同一物理態。

圖14 通常對稱和規範對稱之間的差異的示意圖。水平箭頭表示聯繫各個解的對稱變換。對左列來說，這些解表示不同的物理態。對右列來說，它們表示相同的物理態。



(5)當代基本物理學深奧的秘密之一是重正化概念。這裏不是詳細討論這一概念的地方。只要說說下述事實就足够了：一方面它在預言基本粒子的根本性質時產生了不可思議的精確度(達到 10^{11} 分之一)，而另一方面它依然缺乏牢固的數學基礎。

在過去四十年，我們習得的訓誡之一是，對稱對於重正化是極有效的：(i)對重整化的需求在本世紀30年代已經明顯了，但是重正化作為一種綱領只是在40年代末才被人們所理解。這是因為，直到40年代物理學家才充分使用洛倫茲對稱。(ii)一般規範理論由於是高度非線性的，因而似乎很難重正化。通過70年代初的美麗的工作^⑤，人們才弄清楚，一般規範理論是可以重正化的，因為它含有高度對稱。

為了使重正化不再神秘，我們可能需要對對稱概念更深入的了解。

(6)經過許多物理學家的工作，對稱破缺的概念在本世紀60年代和70年代被引入基本粒子物理學。用最簡單的語言來講，該觀念使數學形式保持對稱，而使物理結果保持不對稱。「標準模型」就是建立在具有對稱破缺的規範理論的基礎上，為此格拉肖(Glashow)、薩拉姆(Salam)和溫伯格(Weinberg)分享了1979年諾貝爾獎。這個模型是極其成功的。可是，對稱破缺在這個模型中被引入的方式卻不能令人滿意。大多數物理學家認為，在這個課題上還不能說已有定論。

(7)超對稱理論、超引力理論和超弦理論這些最近發展，都是在場論和場論的推廣中探索和開拓對稱的各種新方向的嘗試。

二十一世紀：對稱的新方面？

分析物理學中對稱概念在許多世紀中的演進，我們不能不為下述諸事實而得到不可磨滅的印象：古希臘哲學家的直覺概念確是在正確的方向上，這個概念在數學和物理學中的演變導致在兩個學科中的深遠發展，而現在依然懸而未解的基本物理的最深奧的秘密與這個概念好像全都糾纏在一起，等待未來的進一步的發展。

在理解物理世界的過程中，下一個世紀會目睹對稱概念的新方面嗎？我的回答是，十分可能。

註釋

* 原載 "The Oskar Klein Memorial Lectures, vol. 1", edited by G. Espong (World Scientific, 1991).

- ① C.N. Yang, *Physics Teachers* **5**, 311 (October 1967).
- ② C.N. Yang, *Symmetry Principles in Modern Physics*, 在 Bryn Mawr 學院所作的講演, 印在 Chen Ning Yang, *Selected Papers 1945-1980 with Commentary*, p. 276 (Freeman, 1983).
- ③ C.S. Wu, E. Ambler, R.W. Hayward, D.D. Hoppes and R.P. Hudson, *Phys. Rev.* **105**, 1413 (1957).
- ④ Werner Heisenberg, *Physics and Beyond*, Chap. 19 (Harper and Row, 1971).
- ⑤ J.H. Christenson, J.W. Cronin, V.L. Fitch and R. Turlay, *Phys. Rev. Letters* **13**, 138 (1954).
- ⑥ Chen Ning Yang, *Physics Today* **33**, 42 (1980, June).
- ⑦ C.N. Yang and R.L. Mills, *Phys. Rev.* **95**, 631 (1954); **96**, 191 (1954). 參見 Chen Ning Yang, *Selected Papers 1945-1980 with Commentary*, p. 19 (Freeman, 1983).
- ⑧ 在這裏, 非線性與早先提及的希耳伯特空間的線性毫無關係, 正如我們現在所了解的, 量子力學建立在線性的希耳伯特空間的數學基礎上, 非線性在這裏涉及到像正文展示的規範理論方程這樣的方程, 這些方程在希耳伯特空間是超結構。
- ⑨ 請注意切爾在數學中也比其他書籍以捉摸, 參見 Hermann Weyl 1885-1985, edited by K. Chandrasekharan (Springer-Verlag, 1986), 一書中我的文章, 尤其是圖註 29。
- ⑩ Tai Tsun Wu and Chen Ning Yang, *Phys. Rev.* **12**, 3845 (1975).
- ⑪ A. Einstein, *Autobiographical Notes in Albert Einstein, Philosopher-Scientist*, edited by P.A. Schilpp (Open Court, Evanston, Ill., 1949). 也可參見註釋⑥。
- ⑫ E. Schrödinger, *Sitz. der Preuss. Akad. der Wiss.*, 1932, p. 105.
- ⑬ O. Klein in *New Theories in Physics (Warsaw Conference, May 30 to June 3, 1938)*, (Nijhoff, Hague, 1939).
- ⑭ E. Wigner in *Gauge Interactions Theory and Experiment*, edited by A. Zichichi (Proceedings of the Erice School, Aug. 3-14, 1982), pp. 725-733 (Plenum, 1984).
- ⑮ G.'t Hooft, *Nuclear Physics* **B33**, 173 (1971); **B35**, 167 (1971); G.'t Hooft and M. Veltman, *Nuclear Physics* **B50**, 318 (1972).

李醒民 譯

楊振寧 當代物理學大師, 在基本粒子理論和統計力學方面都曾作出許多卓越貢獻。他在1956年和李政道共同提出在弱衰變過程中宇稱性不守恆的可能, 跟着這革命性觀點由實驗證明, 整個物理學界為之轟動, 楊、李二位在翌年因此獲得諾貝爾物理學獎。楊教授在1954年和米爾斯(R. Mills)所提出的廣義規範場理論, 今日已經成為討論一切相互作用的基礎語言和工具, 其重要性與廣義相對論可相比擬。楊教授早年先後在西南聯合大學和芝加哥大學攻讀物理學, 1949年受聘於普林斯頓高等學術研究所, 1966年出任紐約大學石溪分校理論物理所所長迄今, 1986年起兼任香港中文大學的博文講座教授。